

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Забайкальский государственный университет»  
(ФГБОУ ВПО «ЗабГУ»)

Факультет естественных наук, математики и технологий  
 Кафедра математики, теории и методики обучения математике

## **УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ для студентов заочной формы обучения**

по дисциплине «Практикум по решению задач по математике»

для направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»  
профиль «Математическое образование»

Общая трудоемкость дисциплины 252 часа, 7 зачетных единиц

Виды занятий	Распределение по семестрам в часах				Всего часов
	5 семестр	6 семестр	7 семестр	8 семестр	
1	2	3	4	5	6
Общая трудоемкость	36	36	72	108	252
Аудиторные занятия, в т.ч.:	6	12	12	12	42
лекционные (ЛК)	-	-	-	-	-
практические (семинарские) (ПЗ, СЗ)	6	12	12	12	42
лабораторные (ЛР)	-	-	-	-	-
Самостоятельная работа студентов (СРС)	30	24	60	96	210
Форма промежуточного контроля в семестре*	-	зачет	зачет	экзамен	-
Курсовая работа (курсовой проект) (КР, КП)	-	-	-	-	-

## Краткое содержание курса

Раздел	Тема
<b>III курс, 5 семестр</b>	
Делимость. Комплексные числа	<p>Отношение делимости в кольце целых чисел.</p> <p>Свойства делимости.</p> <p>Теорема о делении с остатком и ее приложения.</p> <p>Способы проверки простоты числа. Решето Эратосфена.</p> <p>НОД. НОК.</p> <p>Алгоритм Евклида и его приложения к решению задач элементарной математики.</p> <p>Простые числа. Бесконечность множества простых чисел в натуральном ряду и некоторых арифметических прогрессиях.</p> <p>Каноническое разложение натурального числа.</p> <p>Основная теорема арифметики.</p> <p>Обзор основных типов задач на использование комплексных чисел в алгебре, геометрии и тригонометрии</p>
Тождественные преобразования	<p>Тождественные преобразования рациональных и дробно-рациональных выражений.</p> <p>Тождественные преобразования иррациональных выражений.</p> <p>Тождественные преобразования показательных и логарифмических выражений.</p> <p>Метод математической индукции и его применение в тождественных преобразованиях/</p> <p>Разложение многочленов на множители.</p> <p>Сравнение значений числовых выражений.</p>
<b>III курс, 6 семестр</b>	
Элементарные функции	<p>Элементарные функции, их основные свойства и графики.</p> <p>Преобразования графиков.</p> <p>Различные способы задания элементарных функций.</p> <p>Основные элементарные функции и их свойства.</p> <p>Преобразования графиков функций.</p>
Уравнения и неравенства. Сюжетные задачи.	<p>Равносильность уравнений.</p> <p>Рациональные уравнения.</p> <p>Однородные системы уравнений.</p> <p>Симметрические системы уравнений.</p> <p>Алгебраические, рациональные и иррациональные уравнения и неравенства.</p> <p>Показательные и логарифмические уравнения и неравенства.</p> <p>Уравнения и неравенства с параметрами.</p> <p>Арифметический, алгебраический и геометрический методы решения сюжетных задач.</p> <p>Доказательство неравенств.</p> <p>Задачи на составление неравенств и систем неравенств.</p>

Основные понятия математического анализа в школьном курсе математики	<p>Понятие производной функции.      Правила дифференцирования.      Вычисление производной.      Первообразная и ее свойства, вычисление.      Неопределенный интеграл и его свойства, методы вычисления.      Определенный интеграл и его свойства.      Применение определенного интеграла к решению задач на вычисление площади криволинейной трапеции, объема тела вращения.      Применение дифференциального исчисления к решению алгебраических задач.      Применение дифференциального исчисления к решению геометрических задач.      Применение интегрального исчисления к решению алгебраических и геометрических задач</p>
<b>IV курс, 7 семестр</b>	
Тождественные преобразования тригонометрических выражений	<p>Тригонометрические функции и их свойства.      Формулы тригонометрии.      Методы доказательства неравенств.      Тождественные преобразования тригонометрических выражений.      Доказательство тождеств и неравенств, содержащих тригонометрические функции.      Тождественные преобразования выражений, содержащих обратные тригонометрические функции.      Доказательство тождеств и неравенств, содержащих обратные тригонометрические функции</p>
Тригонометрические уравнения и системы тригонометрических уравнений.	<p>Тригонометрические уравнения и методы их решения.      Системы тригонометрических уравнений и методы их решения.      Уравнения с обратными тригонометрическими функциями</p>
Тригонометрические неравенства и системы тригонометрических неравенств.	<p>Тригонометрические неравенства и методы их решения.      Системы тригонометрических неравенств и методы их решения</p>
<b>IV курс, 8 семестр</b>	
Геометрия треугольника и четырехугольника.	<p>Классификации треугольников, основные теоремы школьного курса о треугольниках.      Замечательные точки и линии в треугольнике.      Формулы вычисления площади треугольника и их применение.      Классификация четырехугольников. Формулы вычисления площадей четырехугольников и их применение</p>
Вписанные и описанные многоугольники.	<p>Окружность, основные свойства окружности.      Решение задач на окружность.      Вписанные и описанные треугольники.      Вписанные и описанные четырехугольники. Вписанные и описанные многоугольники.</p>

Специальные способы решения задач планиметрии. Геометрические построения на плоскости	Геометрические преобразования (параллельный перенос, осевая симметрия, поворот, подобие и гомотетия) и их свойства. Метод геометрических преобразований. Векторный метод. Координатный и векторно-координатный методы. Элементарные геометрические построения на плоскости. Геометрические места точек на плоскости. Методы геометрических построений на плоскости
Стереометрия	Аксиомы и определения стереометрии. Определения и теоремы, связанные с параллельностью и перпендикулярностью прямых и плоскостей в пространстве. Виды многогранников. Построение сечений методом следов. Геометрические места точек в пространстве. Параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве. Многогранники. Построение сечений. Тела вращения. Комбинации многогранников и тел вращения. Вычисление объемов и площадей поверхностей основных геометрических тел

## Форма текущего контроля

### Контрольные работы №1-3

Домашние контрольные работы (см. фонд оценочных средств) даются студентам в конце сессии. Вариант контрольной работы определяется по последней цифре зачетной книжки. Контрольные работы содержат задания по материалу, отводимому на самостоятельное изучение (п. 3.3 рабочей программы дисциплины).

## Форма промежуточного контроля

### Зачет

#### Примерные задания для зачета в 5 семестре

1. Упростите выражение:  $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}.$

2. Разложите на множители  $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc.$

3. Докажите неравенство:  $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \geq 3$  при положительных  $a, b, c.$

4. При каких  $a$  неравенство  $(x - 3a)(x + 2a + 1) < 0$  выполняется для всех,  $x$ , таких, что  $1 \leq x \leq 3?$

## Примерные задания для зачета в 6 семестре

- 1 Данна функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = x^2 + x + \frac{9}{x^2 + x + 1}$ .
- 1) Найдите область определения данной функции.
  - 2) Решите уравнение  $f(x) = 5$ .
  - 3) Найдите наибольшее значение функции на отрезке  $[-5; 0]$ .
  - 4) При каком значении параметра  $a$  уравнение  $f(x) = a$  имеет четыре корня?
- 2 Постройте графики функций:

$$a) y = \frac{1}{x^2 - 1};$$

$$b) y = |x^2 + 5x + 6| - |x^2 - x|.$$

3. Изобразите на координатной плоскости множество точек, удовлетворяющих условию  $|x + y| - |x - y| \geq 2$ .
4. Докажите, что график любой дробно-рациональной функции вида  $y = \frac{ax + b}{cx + d}$  ( $c \neq 0$  и  $ad - bc \neq 0$ ) может быть получен из графика  $y = \frac{k}{x}$  параллельным переносом. Найдите коэффициент  $k$ .
5. Решите задачу:  
Два металла содержатся в каждом из двух взятых сплавов. В первом сплаве металлы находятся в отношении 1:2, а во втором – в отношении 3:2. В каком отношении нужно взять части этих сплавов, чтобы получился новый сплав с отношением металлов 8:7?
6. Докажите, что при  $x \geq 0$  справедливо неравенство  $\ln(1+x) \geq \frac{2x}{x+2}$ .
7. Имеет ли неравенство  $3x - \operatorname{tg}x > 1,75$  решения на промежутке  $[0; \frac{\pi}{2}]$ ?
8. Сравните  $\pi^e$  и  $e^\pi$ .
9. При каком значении параметра  $a$  графики функций  $y = \ln(3x - 4)$  и  $y = 3x - 4 + a$  имеют единственную общую точку?
10. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \sqrt{x+1}$  и  $y = \frac{x}{3} + \frac{1}{3}$ .

## Примерные задания для зачета в 7 семестре

1. Докажите неравенство  $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma < 1$ , если  $\alpha, \beta$  и  $\gamma$  – углы остроугольного треугольника.
2. Решите уравнение  $5\sin 2x - 11(\sin x + \cos x) + 7 = 0$ .

3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \operatorname{tg} 2x < 1, \\ \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq -\sqrt{3}. \end{cases}$$

4. Решите неравенство  $5 \arcsin x + 6 \arccos x \geq 3\pi$ .

5. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sin(x+y) \cdot \sin(x-y) = -\frac{1}{4}, \\ \cos 2x \cdot \cos 2y = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

## Экзамен

### Примерные задания для экзамена в 7 семестре

1. В четырехугольнике  $ABCD$  угол  $B$  прямой, а  $AB:BD = 2:4\sqrt{2}$ . Стороны  $BC$  и  $AD$  при продолжении пересекаются в точке  $M$ . Найдите угол  $DMC$ , если угол  $ABD = 45^\circ$ .
2. В треугольнике  $ABC$  проведены медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ , пересекающиеся в точке  $M$ . Точки  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  являются соответственно серединами отрезков  $AM$ ,  $BM$ ,  $CM$ . Доказать, что треугольники  $A_1B_1C_1$  и  $PQR$  равны.
3. Основание прямой призмы - равнобочная трапеция, диагональ которой равна  $a$ , угол между диагональю и большим основанием равен  $\alpha$ . Диагональ призмы наклонена к основанию под углом  $\beta$ . Найдите объем призмы.
4. Правильная четырехугольная пирамида пересечена плоскостью, проходящей через сторону основания перпендикулярно противолежащей боковой грани. Сторона основания равна  $a$ , боковые грани образуют с плоскостью основания угол  $\alpha$ . Найдите объем отсеченной пирамиды.

**Оформление письменной работы согласно МИ 4.2-5/47-01-2013**  
Общие требования к построению и оформлению учебной текстовой документации

## **Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **7.1. Основная литература**

1. Математика. 10класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / под ред. А. Г. Мордковича, И. М. Смирновой. - М.: Мнемозина, 2008. - 2 экз.
2. Атанасян Л. С, Бутузов В. Ф. Геометрия. 7-9 классы: учебник / Москва: Просвещение, 2014 .— 383 с. (6 экз.).
3. Атанасян Л. С, Бутузов В. Ф. Геометрия. 7-9 классы: учебник / Москва: Просвещение, 2012 .— 384 с. (2 экз.).
4. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф. Геометрия. 10-11 классы: учебник / Москва: Просвещение, 2012 .— 255с. (5 экз.).
5. Атанасян Л. С, Бутузов В.Ф. Геометрия. 10-11 классы: учебник / Москва : Просвещение, 2011 .— 255 с. ( 3 экз).
6. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. 4.1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / А.Г. Мордкович. - М.: Мнемозина, 2009. (2 экз.).
7. Математика. 11 класс : учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / под ред. А. Г. Мордковича, И.М. Смирновой. - М.: Мнемозина, 2009. - 2 экз.
8. Ходот Т.Г. Задачи по геометрии: учебное пособие для студентов высших учебных заведений. Обучающихся по направлению 540200 (050200) «Физико-математическое образование» / Т. Г. Ходот, И. Д. Захарченко, А. Б. Михайлова. - М. : Академия, 2006. - 255 с. - (Высшее профессиональное образование). - 15 экз.
9. Шарыгин И.Ф. Геометрия. 10-11 классы: учебник для общеобразовательных учреждений / И. Ф. Шарыгин. - М.: Дрофа, 2008. - 3 экз.

### **7.2. Дополнительная литература**

1. Амелькин В.В. Задачи с параметрами : справ, пособие по математике / В.В. Амелькин, В.Л. Рабцевич. - Минск : Асар, 1996. - 1 экз.
2. Задачи на развитие пространственных представлений: кн. для учителя / В.Н. Литвиненко. - М. : Просвещение, 1991. - 37 экз.
3. Крамор В.С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа / В.С. Крамор. - 2-е изд. - СПб., 1995. - 2 экз.
4. Крамор В.С. Повторяем и систематизируем школьный курс геометрии: методический материал / В.С. Крамор. - М. : Просвещение, 1992. - 16 экз.
5. Литвиненко В.Н. Практикум по элементарной математике: алгебра. Тригонометрия: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-тов / В.Н. Литвиненко, А.Г. Мордкович. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Просвещение, 1991. - 45 экз.
6. Математика. Задачи с ответами и решениями : учебное пособие / И. Н. Сергеев. - М.: Университет; М. : Высшая школа, 2003. - 5 экз.

7. Практикум по элементарной математике: Геометрия: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-тов и учителей/ В.А.Гусев, В.Н. Литвиненко, А.Г. Мордкович - М.: Просвещение, 1985. - 46 экз.

8. Погосян Р.А. Алгебра и начала анализа (решения школьных задач). 10 кл. / Р.А. Погосян. - Ростов н/Д : Феникс, 1996. - 3 экз.

9. Прасолов В.В. Задачи по стереометрии: учебное пособие / В.В. Прасолов, И. Ф. Шарыгин. - М. : Наука , 1989. - (Б-ка мат. кружка ; вып. 19).- 6 экз.

10. Шарыгин И.Ф. Геометрия. Планиметрия: 9-11 классы: От учебной задачи к творческой: Пособие для учащихся / И.Ф. Шарыгин. - 2-е изд., стер. -М.: Дрофа, 2001. - 400 с. : ил. - (Задачники «Дрофы»). - 5 экз.

11. Шарыгин И.Ф. Математика. 2200 задач по геометрии для школьников и поступающих в вузы / И.Ф. Шарыгин. - М. : Дрофа, 1999. - (Библиотека «Дрофы»). - 5 экз.

12. Шарыгин И.Ф. Математика. Для поступающих в вузы [Текст] : учебное пособие / И.Ф. Шарыгин. - М.: Дрофа, 2000. - (В помощь абитуриенту). - 6 экз.

13. Шарыгин И.Ф., Голубев В.И. Факультативный курс по математике: Решение задач: Уч. пособие для 11 кл. сред. шк. 11. - М.: Просвещение, 1991.-6 экз.

#### **Периодические издания:**

1. Буфеев СВ. Графический метод решения экзаменационных задач с параметром // Математика в школе. - 2011. - №4. - С.3 -11.

2. Корянов А.Г., Прокофьев А.А. Использование метода наглядной графической интерпретации при решении уравнений и неравенств с параметрами// Математика в школе. - 2011. - №2. - С.25 - 32.

3. Маховер М.С., Жувикина И.А. Урок подготовки к ЕГЭ // Математика в школе.-2011. -№4.-С. 12-13.

4. Мирошин В.В. Делимость натуральных чисел в задачах С6 из ЕГЭ. // Математика в школе. - 2011. - №3. - С.21 - 29.

5. Самсонов П.И. Задача С6 из ЕГЭ: не решение, а продвижение // Математика в школе. -2011. -№3. -С.30- 35.

6. Севрюков П.Ф. Особенности решения логарифмических неравенств// Математика в школе. - 2011. -№1. -С.46- 50.

7. Холева О.В. Нахождение углов между прямыми и плоскостями (координатно-векторный метод) // Математика в школе. - 2011. - №4. - С. 18 - 21.

#### **7.3. Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы**

1. ЭБС «Руконт»

2. ЭБС «IPRbooks»

3. Научная электронная библиотека eLibrary

4. ЭБД РГБ «Диссертации»

*Обучающие программы на дисках:*

1. Открытая математика. Стереометрия.
2. Геометрия не для отличников.
3. Живая геометрия.
4. Открытая математика. Планиметрия.
5. Математика. Готовимся к ЕГЭ.
6. Единый государственный экзамен. Математика.
7. Алгебра и начала анализа 10-11.
8. Алгебра и начала анализа 11. Итоговая аттестация выпускников (2 штуки).
9. 1С: Репетитор. Математика. Часть 1 (5 штук).
- 10.Открытая математика. Функции и графики.

Ведущий преподаватель

Н.А. Казачек

Заведующий кафедрой

А.Э. Менчер