

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Забайкальский государственный университет»
(ФГБОУ ВПО «ЗабГУ»)

Факультет естественных наук, математики и технологий
Кафедра фундаментальной и прикладной математики, теории и методики
обучения математике

УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ **для студентов заочной формы обучения**

по дисциплине «Числовые системы»
дисциплины по выбору

для направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»
профиль «Математическое образование»

Общая трудоемкость дисциплины 72 часа, 2 зачетные единицы

Виды занятий	Распределение по семестрам в часах	Всего часов
	10 семестр	
1	2	3
Общая трудоемкость	72	72
Аудиторные занятия, в т.ч.:	10	10
лекционные (ЛК)	-	-
практические (семинарские) (ПЗ, СЗ)	10	10
лабораторные (ЛР)	-	-
Самостоятельная работа студентов (СРС)	62	62
Форма промежуточного контроля в семестре*	зачет	-
Курсовая работа (курсовой проект) (КР, КП)	-	-

Краткое содержание курса

Модуль	Номер раздела	Наименование раздела	Наименование темы
1	1	Аксиоматическая теория натуральных чисел	<p>Формулировка аксиоматической теории \mathbb{N}. Свойства сложения и умножения в \mathbb{N}. Аксиоматика Пеано. Эквивалентность двух формулировок аксиоматической теории натуральных чисел. Порядок \mathbb{N} и свойства неравенств. Теоремы о существовании наибольшего и наименьшего элементов. Бесконечность \mathbb{N}. Натуральные кратные и степени элементов полугруппы. Независимость аксиом Пеано, независимость аксиомы индукции и ее роль в арифметике. Эквивалентность аксиомы индукции и теоремы о наименьшем элементе. Категоричность аксиоматической теории \mathbb{N}</p>
	2	Упорядоченные множества и системы	<p>Упорядоченные множества, группы и кольца. Свойства элементов упорядоченного кольца. Кольца с неоднозначным и неархимедовым порядком. Теорема об единственности порядка в полукольце \mathbb{N}. Критерии существования однозначности и продолжения порядка в кольце.</p>
2	3	Аксиоматическая теория целых чисел	<p>Первичные термины и аксиомы. Свойства целых чисел. Теорема о порядке в \mathbb{Z}. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории целых чисел</p>
	4	Аксиоматическая теория рациональных чисел	<p>Первичные термины и аксиомы. Свойства рациональных чисел. Теорема о порядке в поле \mathbb{Q}. Плотность поля \mathbb{Q}. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории рациональных чисел</p>
3	5	Последовательности в нормированных полях.	<p>Свойства нормы, эквивалентности, фундаментальности. Сходимость, ограниченность последовательностей нормированного поля, архимедовски линейно упорядоченного поля</p>
	6	Аксиоматическая теория действительных чисел	<p>Первичные термины и аксиомы. Свойства действительных чисел. Единственность порядка в \mathbb{R}. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории действительных чисел. p-адические числа</p>
4	7	Аксиоматическая теория комплексных чисел	<p>Первичные термины и аксиомы. Свойства комплексных чисел. теорема о порядке в \mathbb{C}. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории комплексных чисел</p>
	8	Линейные алгебры над полями	<p>Базис и ранг линейной алгебры. Линейные алгебры конечного ранга над \mathbb{R} и над \mathbb{C}. Теорема Фробениуса. Теорема Кэли</p>

Форма текущего контроля

Тест

Обучающиеся делятся на четыре варианта последовательно по списку. Выполнение теста требует теоретических знаний по изучаемому курсу.

Вариант I

- 1) Указать истинное утверждение. Формулировкой аксиомы индукции является
 - а) Пусть $1 \in M \subset N$ и $\forall a \ a+1 \in M \Rightarrow a \in M$. Тогда $M=N$;
 - б) $(1 \in M \subset N \text{ и } \forall a \in N \ a \in M \Rightarrow a+1 \in M) \Rightarrow M=N$;
 - в) множество M содержит все натуральные числа, если $1 \in M$ и $\forall a \in M \ a+1 \in M$;
 - г) из $M \subset N$ и $\forall a \in M \ a+1 \in M$ следует $N \subset M$.
- 2) Какое из этих утверждений истинно?
 - а) $\forall a, b \in N \ ab \geq a$;
 - б) $\forall a, b, c \in N \ ab \geq ac \Rightarrow b > c$;
 - в) $\exists a, b \in N \ a > b \wedge b \geq a$;
 - г) $\forall a, b \in N \ a+1 > b \Rightarrow a > b$.
- 3) Указать истинное высказывание
 - а) любое упорядоченное множество имеет наибольший элемент;
 - б) любой минимальный элемент упорядоченного множества является наименьшим;
 - в) любой порядок антисимметричен;
 - г) любой порядок либо строгий, либо нестрогий.
- 4) Какое из следующих утверждений истинно?
 - а) в любом упорядоченном поле $a \leq b \Leftrightarrow ac \leq bc$;
 - б) в любой аддитивной упорядоченной полугруппе $a+c \geq b+c \Rightarrow a \geq b$;
 - в) в любом упорядоченном кольце $ac > b \Rightarrow c > e$ (e – единица кольца);
 - г) в любом линейно и строго упорядоченном кольце $a \neq 0 \Rightarrow a^2 > 0$.
- 5) Выделить истинное высказывание
 - а) в кольце $Z \ a \geq b \Rightarrow ac \geq bc$;
 - б) система $\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$, над Z имеет единственное решение в Z ;
 - в) в кольце Z уравнение $2x=4y+7$ неразрешимо;
 - г) в кольце Z уравнение $9x+3y=20$ имеет бесконечное множество решений.
- 6) Какое из высказываний истинно?
 - а) $(N \subset M \subset Z)$ и $(\forall a, b \in M \ a-b \in M) \Rightarrow M=Z$;
 - б) максимальный элемент в некотором подмножестве в Z может не быть наибольшим;
 - в) в Z есть конечное подмножество, в котором нет наибольшего элемента;
 - г) существует наибольший элемент в Z .
- 7) Указать истинное утверждение.
 - а) естественный порядок в Z не является продолжением естественного порядка в полукольце N ;
 - б) существует целое число, не являющееся рациональным;
 - в) кольцо Z линейно упорядочить нельзя;
 - г) множества Z и N равномощны.
- 8) Какое из этих утверждений истинно?
 - а) Q является кольцом, но не полем;
 - б) уравнение $x^2=3$ неразрешимо в Q ;
 - в) формулировка аксиомы минимальности в Q :
 $(M \subset Q \wedge \forall a, b \in M \ b \neq 0 \Rightarrow a/b \in M) \Rightarrow M=Q$;
 - г) сумма иррациональных чисел не может быть рациональным числом.

- 9) Указать истинное высказывание
- поле Q нельзя линейно упорядочить;
 - в A есть наибольший элемент, $A = \{a \in Q / a < 2\}$;
 - множества Z и Q равномощны;
 - существует только одно рациональное число, не являющееся комплексным.
- 10) Какое из следующих утверждений истинно?
- любая ограниченная последовательность фундаментальна;
 - любая фундаментальная последовательность сходится;
 - существует сходящаяся неограниченная последовательность;
 - если две последовательности эквивалентны и одна из них фундаментальна, то другая также фундаментальна.
- 11) Выделить истинное высказывание
- существует комплексное число, не имеющее тригонометрической формы;
 - корень четной степени из положительного действительного числа имеет точно два комплексных значения;
 - все значения корня n -ой степени из 1 образуют аддитивную группу;
 - аргумент произведения двух чисел равен произведению их аргументов.
- 12) Какое из высказываний истинно?
- множества C и R не равномощны;
 - поле C нельзя линейно упорядочить;
 - квадрат любого комплексного числа неотрицателен;
 - уравнение $x^2 + 4x + 10 = 0$ неразрешимо в C .
- 13) Минимальное числовое кольцо
- $\langle Q, +, \cdot \rangle$;
 - $\langle R, +, \cdot \rangle$;
 - $\langle Z, +, \cdot \rangle$;
 - $\langle N, +, \cdot \rangle$.
- 14) Группой не является
- $\langle Q, + \rangle$;
 - $\langle R \setminus \{0\}, \cdot \rangle$;
 - $\langle Z, - \rangle$;
 - $\langle Z, + \rangle$.
- 15) Подгруппой группы $\langle Q, + \rangle$ является
- $\langle R, + \rangle$;
 - $\langle N, + \rangle$;
 - $\langle Q, - \rangle$;
 - $\langle Z, + \rangle$.
- 16) Алгебраическая форма записи комплексного числа
- $a + bi, a, b \in R$;
 - $e^{i\varphi}, 0 \leq \varphi < 2\pi$;
 - $r(\cos \varphi + i \sin \varphi), r \in R, 0 \leq \varphi < 2\pi$;
 - $\log_a i, a \in R$.
- 17) Бинарное отношение ρ на множестве A симметрично, если выполняется условие
- $\forall a \in A \ a \rho a$;
 - $\forall a, b \in A \ a \rho b \Rightarrow b \rho a$;

- в) $\forall a, b \in A \quad a\rho b \wedge b\rho a \Rightarrow a = b$;
- г) $\forall a, b, c \in A \quad a\rho b \wedge b\rho c \Rightarrow a\rho c$.
- 18) Всякое целое число есть
- разность натуральных чисел;
 - частное натуральных чисел;
 - предел последовательности рациональных чисел;
 - предел последовательности натуральных чисел.
- 19) Отображение ν поля A в линейно упорядоченное поле P называется нормой, если выполняются 3 из ниже перечисленных условий. Уберите лишнее.
- $\forall a \in A \quad \nu(a) \geq 0 \wedge (\nu(a) = 0 \Leftrightarrow a = 0)$;
 - $\forall a \in A \quad \nu(1) = \nu(-1) = 1$;
 - $\forall a, b \in A \quad \nu(ab) = \nu(a)\nu(b)$;
 - $\forall a, b \in A \quad \nu(a + b) \leq \nu(a) + \nu(b)$.
- 20) Порядок ρ на множестве A частичный, если не выполняется условие
- $\forall a \in A \quad a\rho a$;
 - $\forall a, b \in A \quad a\rho b \Rightarrow b\rho a$;
 - $\forall a, b \in A \quad a\rho b \wedge b\rho a \Rightarrow a = b$;
 - $\forall a, b \in A \quad a \neq b \Rightarrow a\rho b \vee b\rho a$.
- 21) Системой рациональных чисел называется
- минимальное кольцо, которое является расширением полукольца натуральных чисел;
 - минимальное поле, которое является расширением кольца целых чисел;
 - линейно и архимедовски упорядоченное поле, всякая фундаментальная последовательность элементов которого сходится;
 - минимальное поле, которое является расширением поля действительных чисел и в котором есть элемент i с условием $i^2 + 1 = 0$.
- 22) Подмножество A^+ кольца A называется положительной частью, если выполняются 3 из ниже перечисленных условий. Уберите лишнее.
- $\forall a \in A \quad a \in A^+ \Rightarrow a \neq 0 \wedge -a \notin A^+$;
 - $\forall a \in A \quad a \neq 0 \Rightarrow a \in A^+ \vee -a \in A^+$;
 - $\forall a, b \in A^+ \quad a + b \in A^+ \wedge ab \in A^+$;
 - $\forall a, b \in A^+ \quad a + b \leq ab$.
- 23) Если операция $*$ на непустом множестве A удовлетворяет следующим условиям
- $\forall a, b \in A \quad \exists! c \in A \quad a * b = c$,
 - $\forall a, b, c \in A \quad (a * b) * c = a * (b * c)$,
 - $\exists e \in A \quad \forall a \in A \quad a * e = e * a = a$,
 - $\forall a \in A \quad \exists a' \in A \quad a * a' = a' * a = e$,
- то алгебра $\langle A, * \rangle$ является
- группоидом,
 - полугруппой,
 - группой,
 - моноидом.
- 24) Операция $*$ на непустом множестве A является бинарной алгебраической, если
- $\forall a, b \in A \quad \exists! c \in A \quad a * b = c$;
 - $\forall a, b \in A \quad a * b = b * a$;

$$\text{в) } \forall a, b, c \in A \quad (a * b) * c = a * (b * c);$$

$$\text{г) } \exists e \in A \quad \forall a \in A \quad a * e = e * a = a.$$

25) Непустое множество A с операциями сложения и умножения, удовлетворяющими условиям:

1) $\langle A, + \rangle$ -коммутативная полугруппа с сокращением,

2) $\langle A, \cdot \rangle$ -полугруппа,

3) операция умножения дистрибутивна относительно операции сложения, является

а) кольцом;

б) полукольцом;

в) телом;

г) полем.

26) Последовательность $\{a_n\}_n$ элементов поля A называется фундаментальной по норме ν относительно поля P_1 , если выполняется условие

$$\text{а) } \exists c \in P_1^+ \quad \forall n \in N \quad \nu(a_n) < c;$$

$$\text{б) } \forall \varepsilon \in P_1^+ \quad \exists n_\varepsilon \in N \quad \forall n, k \in N \quad n \geq n_\varepsilon \Rightarrow \nu(a_{n+k} - a_n) < \varepsilon;$$

$$\text{в) } \forall \varepsilon \in P_1^+ \quad \exists n_\varepsilon \in N \quad \forall n \in N \quad n \geq n_\varepsilon \Rightarrow \nu(a_n - a) < \varepsilon;$$

$$\text{г) } \exists \varepsilon \in P_1^+ \quad \exists n_\varepsilon \in N \quad \forall n \in N \quad n \geq n_\varepsilon \Rightarrow \nu(a_n) < \varepsilon.$$

27) Отношение эквивалентности последовательностей в нормированном поле рефлексивно, т.е.

$$\text{а) } \{a_n\}_n \sim \{a_n\}_n;$$

$$\text{б) } \{a_n\}_n \sim \{b_n\}_n \Rightarrow \{b_n\}_n \sim \{a_n\}_n;$$

$$\text{в) } \{a_n\}_n \sim \{b_n\}_n \wedge \{b_n\}_n \sim \{c_n\}_n \Rightarrow \{a_n\}_n \sim \{c_n\}_n;$$

$$\text{г) } \{a_n\}_n \sim \{b_n\}_n \Rightarrow \{a_n + c_n\}_n \sim \{b_n + c_n\}_n.$$

28) Поле действительных чисел

а) можно линейно и архимедовски упорядочить;

б) нельзя линейно упорядочить;

в) нельзя архимедовски упорядочить;

г) можно линейно и строго упорядочить несколькими способами.

29) Для любых двух натуральных чисел имеет место и только одно из трех следующих утверждений. Уберите лишнее.

$$\text{а) } a = b;$$

$$\text{б) } \exists n \in N \quad b = a + n;$$

$$\text{в) } \exists k \in N \quad a = b + k;$$

$$\text{г) } a \geq b.$$

30) Ниже перечислены основные свойства аксиоматической теории. Уберите лишнее.

а) непротиворечивость;

б) массовость;

в) полнота;

г) категоричность.

Вариант II

1) Указать истинное утверждение. Формулировкой аксиомы индукции является

а) $M \subset N$ и $1 \in M$ и M содержит следующее за каждым своим натуральным числом.

Тогда $N \subset M$,

б) если $1 \in M$ и $\forall a \in M: a+1 \in M$, то $M=N$,

- в) любое натуральное число принадлежит множеству M , если $1 \in M$, $M \subset \mathbb{N}$ и $\exists a \in M: a+1 \in M$,
- г) $(M \subset \mathbb{N} \wedge \forall a \in M: a+1 \in M) \Rightarrow M = \mathbb{N}$.
- 2) Какое из этих утверждений истинно?
- а) $\exists a, b \in \mathbb{N}: a=b+1 \wedge a \leq b$,
- б) $\forall a, b \in \mathbb{N}: ab > a$,
- в) $\forall a, b \in \mathbb{N}: a > b \vee a < b$,
- г) $\forall a, b, c \in \mathbb{N}: a+b > a+c+1 \Rightarrow b > c$.
- 3) Указать истинное высказывание
- а) любой порядок антирефлексивен,
- б) любой порядок либо частичный, либо линейный,
- в) любой максимальный элемент является наибольшим,
- г) наименьший элемент может не быть минимальным.
- 4) Какое из следующих утверждений истинно?
- а) в любом упорядоченном кольце $ac+1 > bc \Rightarrow a > b$,
- б) в любом упорядоченном кольце $ac > bc \Leftrightarrow a > b$,
- в) в любом линейно и строго упорядоченном поле $e > 0$ (e – единица поля),
- г) в любом упорядоченном поле $a < b \Rightarrow ac \leq bc$.
- 5) Выделить истинное высказывание
- а) в кольце Z уравнение $5x=30y+15$ неразрешимо,
- б) в кольце Z $a < b \Rightarrow ac \leq bc$,
- в) система $\begin{cases} 3x - y = 0 \\ 9x + 2y = 5 \end{cases}$, является определенной в Z ,
- г) в кольце Z уравнение $3x=6y+72$ имеет три решения.
- 6) Какое из высказываний истинно?
- а) Формулировка аксиомы минимальности в Z : $(\mathbb{N} \subset M \subset Z \wedge \forall a, b \in M: a+b \in M) \Rightarrow M = Z$,
- б) в Z нет собственного подмножества, не содержащего наибольший элемент,
- в) всякое непустое множество натуральных чисел имеет наименьший элемент,
- г) в Z есть конечное подмножество, в котором нет наибольшего элемента.
- 7) Указать истинное утверждение.
- а) кольцо Z можно линейно и строго упорядочить,
- б) можно точно двумя способами линейно и строго упорядочить кольцо Z так, что этот порядок продолжает естественный порядок в полукольце \mathbb{N} ,
- в) каждое рациональное число – целое,
- г) порядок в кольце Z не архимедов.
- 8) Какое из этих утверждений истинно?
- а) Формулировка аксиомы минимальности в \mathbb{Q} : $(Z \subset M \wedge \forall a, b \in M: b \neq 0 \Rightarrow a/b \in M) \Rightarrow M = \mathbb{Q}$,
- б) уравнение $x^3=9$ разрешимо в \mathbb{Q} ,
- в) разность иррациональных чисел не может быть рациональным числом,
- г) \mathbb{Q} является полем.
- 9) Указать истинное высказывание
- а) множества \mathbb{Q} и \mathbb{R} равномощны,
- б) в \mathbb{Q}_+ нет наименьшего элемента ($\mathbb{Q}_+ = \{a \in \mathbb{Q} \mid a > 0\}$),
- в) сумма рациональных, но не целых чисел не может быть целым числом,
- г) кольцо \mathbb{Q} нельзя линейно и строго упорядочить.
- 10) Какое из следующих утверждений истинно?
- а) любая сходящаяся последовательность фундаментальна,
- б) эквивалентные последовательности могут иметь различные пределы,

- в) существует фундаментальная последовательность, не эквивалентная какой либо сходящейся последовательности,
 г) любая ограниченная последовательность сходится.
- 11) Выделить истинное высказывание
- а) аргумент частного двух чисел равен частному их аргументов,
 б) корень n -ой степени из ненулевого комплексного числа имеет точно n попарно различных значений,
 в) любое комплексное число имеет тригонометрическую форму,
 г) среди значений $\sqrt[n]{\alpha}$ ($\alpha \neq 0$) не может быть сопряженных чисел.
- 12) Какое из высказываний истинно?
- а) четная степень любого числа неотрицательна,
 б) уравнение $x^2+3x+10=0$ неразрешимо в \mathbb{C} ,
 в) поле \mathbb{C} линейно и строго упорядочить нельзя,
 г) \mathbb{C} и \mathbb{Q} равномощны.
- 13) Минимальное числовое поле
- а) $\langle \mathbb{Q}, +, \cdot \rangle$,
 б) $\langle \mathbb{R}, +, \cdot \rangle$,
 в) $\langle \mathbb{Z}, +, \cdot \rangle$,
 г) $\langle \mathbb{N}, +, \cdot \rangle$.
- 14) Группой не является
- а) $\langle \mathbb{Q}, + \rangle$,
 б) $\langle \mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot \rangle$,
 в) $\langle \mathbb{Z}, \cdot \rangle$,
 г) $\langle \mathbb{Z}, + \rangle$.
- 15) Подгруппой группы $\langle \mathbb{R}, + \rangle$ не является
- а) $\langle \mathbb{R}, + \rangle$,
 б) $\langle \mathbb{N}, + \rangle$,
 в) $\langle \mathbb{Q}, + \rangle$,
 г) $\langle \mathbb{Z}, + \rangle$.
- 16) Тригонометрическая форма записи комплексного числа
- а) $a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$,
 б) $e^{i\varphi}$, $0 \leq \varphi < 2\pi$,
 в) $r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$, $r \in \mathbb{R}, 0 \leq \varphi < 2\pi$,
 г) $\log_a i$, $a \in \mathbb{R}$.
- 17) Бинарное отношение ρ на множестве A рефлексивно, если выполняется условие
- а) $\forall a \in A \quad a\rho a$,
 б) $\forall a, b \in A \quad a\rho b \Rightarrow b\rho a$,
 в) $\forall a, b \in A \quad a\rho b \wedge b\rho a \Rightarrow a = b$,
 г) $\forall a, b, c \in A \quad a\rho b \wedge b\rho c \Rightarrow a\rho c$.
- 18) Всякое рациональное число есть
- а) разность натуральных чисел,
 б) частное целых чисел,
 в) предел последовательности рациональных чисел,
 г) предел последовательности натуральных чисел.

- 19) Свойством нормы v нормированного поля не является
- $\forall a \in A \quad v(a) = v(-a),$
 - $\forall a \in A \quad v(1) = v(-1) = 1,$
 - $\forall a, b \in A \quad |v(a) - v(b)| \leq v(a) + v(b),$
 - $\forall a, b \in A \quad v(a) \geq v(b - a).$
- 20) Порядок ρ на множестве A линейный, если выполняется условие
- $\forall a \in A \quad a\rho a,$
 - $\forall a, b \in A \quad a\rho b \Rightarrow b\rho a,$
 - $\forall a, b \in A \quad a\rho b \wedge b\rho a \Rightarrow a = b,$
 - $\forall a, b \in A \quad a \neq b \Rightarrow a\rho b \vee b\rho a.$
- 21) Системой комплексных чисел называется
- минимальное кольцо, которое является расширением полукольца натуральных чисел,
 - минимальное поле, которое является расширением кольца целых чисел,
 - линейно и архимедовски упорядоченное поле, всякая фундаментальная последовательность элементов которого сходится,
 - минимальное поле, которое является расширением поля действительных чисел и в котором есть элемент i с условием $i^2 + 1 = 0$.
- 22) Кольцо можно линейно и строго упорядочить, если оно имеет
- положительную часть,
 - норму,
 - упорядоченное подкольцо,
 - сходящуюся последовательность.
- 23) Если операция $*$ на непустом множестве A удовлетворяет следующему условию $\forall a, b \in A \quad \exists! c \in A \quad a * b = c$, то алгебра $\langle A, * \rangle$ является
- группоидом,
 - полугруппой,
 - группой,
 - моноидом.
- 24) Бинарная алгебраическая операция $*$ на непустом множестве A является коммутативной, если
- $\forall a, b \in A \quad \exists! c \in A \quad a * b = c,$
 - $\forall a, b \in A \quad a * b = b * a,$
 - $\forall a, b, c \in A \quad (a * b) * c = a * (b * c),$
 - $\exists e \in A \quad \forall a \in A \quad a * e = e * a = a.$
- 25) Непустое множество A с операциями сложения и умножения, удовлетворяющими условиям:
- $\langle A, + \rangle$ -коммутативная группа,
 - $\langle A, \cdot \rangle$ -полугруппа,
 - операция умножения дистрибутивна относительно операции сложения, является
 - кольцом,
 - полукольцом,
 - телом,
 - полем.

26) Последовательность $\{a_n\}_n$ элементов поля A называется сходящейся к элементу a поля A по норме ν относительно поля P_I , если выполняется условие

- а) $\exists c \in P_1^+ \quad \forall n \in N \quad \nu(a_n) < c$,
- б) $\forall \varepsilon \in P_1^+ \quad \exists n_\varepsilon \in N \quad \forall n, k \in N \quad n \geq n_\varepsilon \Rightarrow \nu(a_{n+k} - a_n) < \varepsilon$,
- в) $\forall \varepsilon \in P_1^+ \quad \exists n_\varepsilon \in N \quad \forall n \in N \quad n \geq n_\varepsilon \Rightarrow \nu(a_n - a) < \varepsilon$,
- г) $\exists \varepsilon \in P_1^+ \quad \exists n_\varepsilon \in N \quad \forall n \in N \quad n \geq n_\varepsilon \Rightarrow \nu(a_n) < \varepsilon$.

27) Отношение эквивалентности последовательностей в нормированном поле симметрично, т.е.

- а) $\{a_n\}_n \sim \{a_n\}_n$,
- б) $\{a_n\}_n \sim \{b_n\}_n \Rightarrow \{b_n\}_n \sim \{a_n\}_n$,
- в) $\{a_n\}_n \sim \{b_n\}_n \wedge \{b_n\}_n \sim \{c_n\}_n \Rightarrow \{a_n\}_n \sim \{c_n\}_n$,
- г) $\{a_n\}_n \sim \{b_n\}_n \Rightarrow \{a_n\}_n \{c_n\}_n \sim \{b_n\}_n \{c_n\}_n$.

28) Кольцо целых чисел

- а) нельзя строго упорядочить,
- б) нельзя линейно упорядочить,
- в) можно линейно и строго упорядочить единственным способом,
- г) можно линейно и строго упорядочить несколькими способами.

29) Для любых натурального числа, неравного единицы

- а) $\exists n \in N \quad a = 1 + n$,
- б) $\exists n \in N \quad a > a + n$,
- в) $\exists n \in N \quad a \geq a + n$,
- г) $\forall n \in N \quad a > n$.

30) Если в интерпретации данной теории аксиомам теории соответствуют теоремы, то интерпретацию называют

- а) категоричной,
- б) моделью данной теории,
- в) непротиворечивой,
- г) формулировкой данной теории.

Вариант III

1) Указать истинное утверждение. Формулировкой аксиомы индукции является

- а) $N=M$, если $1 \in M$ и для некоторого $a \in M$ имеем $a+1 \in M$,
- б) произвольное натуральное число попадает в множество M , если $1 \in M$ и $\forall a \in M: a+1 \in M$,
- в) $(1 \in M \subset N \wedge \forall a \in M: a+1 \notin M \Rightarrow a \notin M) \Rightarrow N \subset M$,
- г) $M=N$ при условии $\forall a \in M: a+1 \in M$.

2) Какое из этих утверждений истинно?

- а) $\forall a \in N \quad \exists b \in N : ab < a$,
- б) $\forall a, b \in N: ab + a \geq 2a$,
- в) $\forall a \in N \quad \exists b \in N : a+b < a$,
- г) $\exists a, b \in N: a > b \wedge b \geq a$.

3) Указать истинное высказывание

- а) любой порядок транзитивен,
- б) минимальный элемент произвольного упорядоченного множества не может быть максимальным,
- в) любой порядок связан,
- г) любой максимальный элемент является наибольшим.

4) Какое из следующих утверждений истинно?

- а) в любом упорядоченном кольце $a \geq b \Leftrightarrow ac \geq bc$,
- б) в любой аддитивной упорядоченной группе $a+c > b+c \Rightarrow a > b$,
- в) в любом линейно и строго упорядоченном поле $a < b \Rightarrow ac < bc$,
- г) в любом мультипликативном упорядоченном моноиде $ac > bc \Rightarrow ab \geq a$.
- 5) Выделить истинное высказывание
- а) система $\begin{cases} 5x + 3y = 4 \\ 10x - y = 1 \end{cases}$, имеет решение в Z ,
- б) в кольце Z уравнение $14x - 7y = 70$ неразрешимо,
- в) в кольце Z $a > b - 1 \Leftrightarrow a - b \leq 0$,
- г) в кольце Z уравнение $3x = 15y + 1$ неразрешимо.
- 6) Какое из высказываний истинно?
- а) существует собственное подмножество в Z и в нем минимальный элемент, не являющийся наименьшим,
- б) система $\langle M, > \rangle$ будет являться вполне упорядоченным множеством, если в линейно упорядоченном множестве $\langle M, > \rangle$ каждое непустое подмножество имеет наименьший элемент,
- в) в любом собственном подмножестве множества Z есть наибольший элемент,
- г) аксиома минимальности в Z : $(N \subset M \wedge M \subset Z) \wedge (\exists a, b \in M: a - b \in M) \Rightarrow M = Z$.
- 7) Указать истинное утверждение.
- а) кольцо Z линейно и строго упорядочить нельзя,
- б) множества Z и C равномощны,
- в) существует целое, но не комплексное число,
- г) естественный порядок в Z продолжает естественный порядок в N .
- 8) Какое из этих утверждений истинно?
- а) аксиома минимальности в Q : $(Z \subset M \subset Q \wedge \forall a, b \in M: b \neq 0 \Rightarrow a/b \in M) \Rightarrow Q \subset M$,
- б) уравнение $x^2=5$ разрешимо в Q ,
- в) произведение иррациональных чисел не может быть рациональным числом,
- г) Q является кольцом целостности, но не полем.
- 9) Указать истинное высказывание
- а) в Q_- есть наибольший элемент ($Q_- = \{a \in Q \mid a < 0\}$),
- б) существует только одно рациональное число, не являющееся целым,
- в) существует рациональное число, не являющееся действительным,
- г) кольцо Q можно линейно и строго упорядочить.
- 10) Какое из следующих утверждений истинно?
- а) существует сходящаяся, но не фундаментальная последовательность,
- б) любая последовательность, имеющая предел, эквивалентна произвольной фундаментальной последовательности,
- в) любая сходящаяся последовательность ограничена,
- г) из двух эквивалентных последовательностей одна может быть фундаментальной, а другая не являться фундаментальной.
- 11) Выделить истинное высказывание
- а) корень четной степени из отрицательного числа не существует в C ,
- б) аргумент числа α^n ($n \in Z$) получается возведением в n -ю степень аргумента числа α ,
- в) все значения корня n -ой степени из 1 образуют мультипликативную группу,
- г) аргумент любого ненулевого числа определяется однозначно.
- 12) Какое из высказываний истинно?
- а) существует комплексное число, квадрат которого отрицателен,
- б) поле C можно линейно и строго упорядочить различными способами,
- в) если модули комплексных чисел равны и $\arg \alpha = \arg \beta + \pi$, то $\alpha = -\beta$,

- г) уравнение $x^2+x+1=0$ неразрешимо в \mathbb{C} .
- 13) Кольцом не является
- $\langle \mathbb{Q}, +, \cdot \rangle$,
 - $\langle \mathbb{R}, +, \cdot \rangle$,
 - $\langle \mathbb{Z}, +, \cdot \rangle$,
 - $\langle \mathbb{N}, +, \cdot \rangle$.
- 14) Полугруппой не является
- $\langle \mathbb{Q}, + \rangle$,
 - $\langle \mathbb{R}, \cdot \rangle$,
 - $\langle \mathbb{Z}, - \rangle$,
 - $\langle \mathbb{Z}, + \rangle$.
- 15) Подгруппой группы $\langle \mathbb{R}, + \rangle$ не является
- $\langle \mathbb{R}, + \rangle$,
 - $\langle \mathbb{C}, + \rangle$,
 - $\langle \mathbb{Q}, + \rangle$,
 - $\langle \mathbb{Z}, + \rangle$.
- 16) Алгебраическая форма записи комплексного числа
- $e^{i\varphi}, 0 \leq \varphi < 2\pi$,
 - $\langle a, b \rangle, a, b \in \mathbb{R}$,
 - $r(\cos \varphi + i \sin \varphi), r \in \mathbb{R}, 0 \leq \varphi < 2\pi$,
 - $\log_a i, a \in \mathbb{R}$.
- 17) Бинарное отношение ρ на множестве A антисимметрично, если выполняется условие
- $\forall a \in A \ a \rho a$,
 - $\forall a, b \in A \ a \rho b \Rightarrow b \rho a$,
 - $\forall a, b \in A \ a \rho b \wedge b \rho a \Rightarrow a = b$,
 - $\forall a, b, c \in A \ a \rho b \wedge b \rho c \Rightarrow a \rho c$.
- 18) Всякое действительное число есть
- разность натуральных чисел,
 - частное целых чисел,
 - предел последовательности натуральных чисел,
 - предел последовательности рациональных чисел.
- 19) Естественная норма на линейно упорядоченном поле задается следующим образом
- $\forall a \in A \ v(a) = |a|$,
 - $\forall a \in A \ v(a) = \begin{cases} 1, & \text{если } a \neq 0 \\ 0, & \text{если } a = 0 \end{cases}$,
 - $\forall a \in A \ v(a) = a^2$,
 - $\forall a \in A \ v(a) = 2a$.
- 20) Порядок ρ на множестве A нестрогий, если выполняется условие
- $\forall a \in A \ a \rho a$,
 - $\forall a \in A \ \overline{a \rho a}$,
 - $\forall a, b \in A \ a \rho b \wedge b \rho a \Rightarrow a = b$,

- г) $\forall a, b \in A \quad a \neq b \Rightarrow a\rho b \vee b\rho a$.
- 21) Системой целых чисел называется
- минимальное кольцо, которое является расширением полукольца натуральных чисел,
 - минимальное поле, которое является расширением кольца целых чисел,
 - линейно и архимедовски упорядоченное поле, всякая фундаментальная последовательность элементов которого сходится,
 - минимальное поле, которое является расширением поля действительных чисел и в котором есть элемент i с условием $i^2 + 1 = 0$.
- 22) Положительные части A^+ и A^{++} кольца совпадают тогда и только тогда, когда
- $A^+ \subset A^{++}$,
 - $\forall a, b \in A^+ \quad a + b \in A^{++}$,
 - $\forall a, b \in A^+ \quad ab \in A^{++}$,
 - $\forall a, b \in A^+ \quad a - b \in A^{++}$.
- 23) Если операция $*$ на непустом множестве A удовлетворяет следующим условиям
- $\forall a, b \in A \quad \exists! c \in A \quad a * b = c$;
 - $\forall a, b, c \in A \quad (a * b) * c = a * (b * c)$,
- то алгебра $\langle A, * \rangle$ является
- группоидом,
 - полугруппой,
 - группой,
 - моноидом.
- 24) Бинарная алгебраическая операция $*$ на непустом множестве A является ассоциативной, если
- $\forall a, b \in A \quad \exists! c \in A \quad a * b = c$,
 - $\forall a, b \in A \quad a * b = b * a$,
 - $\forall a, b, c \in A \quad (a * b) * c = a * (b * c)$,
 - $\exists e \in A \quad \forall a \in A \quad a * e = e * a = a$.
- 25) Непустое множество A с операциями сложения и умножения, удовлетворяющими условиям:
- $\langle A, + \rangle$ -коммутативная группа;
 - $\langle A \setminus \{0\}, \cdot \rangle$ -группа;
 - операция умножения дистрибутивна относительно операции сложения, является
 - кольцом,
 - полукольцом,
 - телом,
 - полем.
- 26) Последовательность $\{a_n\}_n$ элементов поля A называется ограниченной по норме ν относительно поля P_l , если выполняется условие
- $\exists c \in P_l^+ \quad \forall n \in N \quad \nu(a_n) < c$,
 - $\forall \varepsilon \in P_l^+ \quad \exists n_\varepsilon \in N \quad \forall n, k \in N \quad n \geq n_\varepsilon \Rightarrow \nu(a_{n+k} - a_n) < \varepsilon$,
 - $\forall \varepsilon \in P_l^+ \quad \exists n_\varepsilon \in N \quad \forall n \in N \quad n \geq n_\varepsilon \Rightarrow \nu(a_n - a) < \varepsilon$,
 - $\forall \varepsilon \in P_l^+ \quad \exists n_\varepsilon \in N \quad \forall n, k \in N \quad n \geq n_\varepsilon \Rightarrow \nu(a_n - a_{n_k}) < \varepsilon$.
- 27) Отношение эквивалентности последовательностей в нормированном поле транзитивно, т.е.

- а) $\{a_n\}_n \sim \{a_n\}_n$,
- б) $\{a_n\}_n \sim \{b_n\}_n \Rightarrow \{b_n\}_n \sim \{a_n\}_n$,
- в) $\{a_n\}_n \sim \{b_n\}_n \wedge \{b_n\}_n \sim \{c_n\}_n \Rightarrow \{a_n\}_n \sim \{c_n\}_n$,
- г) $\{a_n\}_n \sim \{b_n\}_n \Rightarrow \{a_n\}_n \{c_n\}_n \sim \{b_n\}_n \{c_n\}_n$.

28) Поле рациональных чисел

- а) нельзя строго упорядочить,
- б) нельзя линейно упорядочить,
- в) можно линейно и строго упорядочить единственным способом,
- г) можно линейно и строго упорядочить несколькими способами.

29) Для любых двух натуральных чисел

- а) $a = b$,
- б) $\exists n \in N \quad b = a + n$,
- в) $\exists k \in N \quad a = b + k$,
- г) $a + b \neq a$.

30) Множество основных объектов теории и основных свойств этих объектов называют

- а) интерпретацией данной теории,
- б) моделью данной теории,
- в) характеристикой данной теории,
- г) формулировкой данной теории.

Вариант IV

1) Указать истинное утверждение. Формулировкой аксиомы индукции является

- а) $N = M$, если $1 \in M$ и $\exists a \in M: a+1 \in M$,
- б) $(M \subset N \wedge \forall a \in M: a+1 \in M) \Rightarrow M=N$,
- в) условие $1 \in M \subset N \wedge (\exists a \in M: a+1 \in M)$ влечет за собой заключение $M=N$,
- г) пусть $M=N$, тогда любое натуральное число принадлежит M , если $1 \in M$ и M содержит следующее за произвольным своим натуральным числом.

2) Какое из этих утверждений истинно?

- а) $\forall a, b \in N: ab > a \Rightarrow a > b$,
- б) $\forall a, b, c \in N: ab > a + c \Rightarrow b > c$,
- в) $\forall a, b \in N: ab \geq a$,
- г) $\exists a \in N \forall b \in N: ab > a + 1$.

3) Указать истинное высказывание

- а) наибольший элемент некоторого упорядоченного множества может не быть максимальным,
- б) любой порядок антисимметричен,
- в) не существует такое упорядоченное множество, в котором равны наибольший и наименьший элементы,
- г) любой порядок несвязен или рефлексивен.

4) Какое из следующих утверждений истинно?

- а) в любом линейно и строго упорядоченном кольце нет элемента a со свойством $a^2 < 0$,
- б) в любом упорядоченном поле $a \leq ab \Rightarrow b > e$ (e – единица поля),
- в) в любом линейно и строго упорядоченном кольце $ac \geq bc \Rightarrow a \geq b$,
- г) в любой мультипликативной упорядоченной полугруппе $ab > c \Rightarrow ac < b$.

5) Выделить истинное высказывание

- а) в кольце Z уравнение $7x+49y=14$ имеет семь решений,
- б) в кольце $Z \quad a + b > 5 \Rightarrow a \geq 4$,
- в) система $\begin{cases} 7x - 5y = -4 \\ 21x + y = 4 \end{cases}$, имеет решение в Z ,

- г) в кольце Z уравнение $13x + 117y = 26$ неразрешимо.
- 6) Какое из высказываний истинно?
- в Z нет подмножества, в котором совпадают наибольший и наименьший элементы,
 - аксиома минимальности в Z : $(N \subset M \subset Z) \wedge (\forall a \in M: \exists b \in M \Rightarrow a - b \in M) \Rightarrow M = N$,
 - в любом непустом подмножестве в Z есть наименьший элемент,
 - в любом конечном подмножестве в Z есть наибольший элемент.
- 7) Указать истинное утверждение.
- множества Z и N неравномощны,
 - линейный и строгий порядок в кольце Z , порождающий порядок в полукольце N , определяется однозначно,
 - любое рациональное число представимо в виде суммы, разности и произведения натуральных чисел,
 - естественный порядок в кольце Z не является архимедовым.
- 8) Какое из этих утверждений истинно?
- уравнение $x^2 = 20$ разрешимо в Q ,
 - аксиома минимальности в Q : $(Z \subset M \subset Q \wedge \forall a \in M \exists b \in M: a/b \in M) \Rightarrow M = Q$,
 - частное иррациональных чисел может оказаться рациональным числом,
 - Q не является кольцом целостности.
- 9) Указать истинное высказывание
- любое рациональное число является комплексным,
 - множества Q и Z неравномощны,
 - поле Q можно линейно упорядочить, но при этом порядок обязательно окажется нестрогим,
 - в множестве $\{a \in Q \mid a > 1\}$ есть наименьший элемент.
- 10) Какое из следующих утверждений истинно?
- любые две фундаментальные последовательности эквивалентны,
 - существует фундаментальная, но не сходящаяся последовательность,
 - существует сходящаяся, но неограниченная последовательность,
 - существуют две эквивалентные последовательности, из которых одна сходится, а другая не является фундаментальной.
- 11) Выделить истинное высказывание
- комплексный корень нечетной степени из любого действительного числа однозначно определен,
 - если $a \in C$, $a \neq 0$, то все значения корня n -ой степени из a попарно сопряжены,
 - аргумент произведения двух чисел равен сумме их аргументов,
 - аргумент любого положительного числа положителен.
- 12) Какое из высказываний истинно?
- если $a, b \in C$, то $a^2 + b^2 \geq 0$,
 - поле C линейно и строго упорядочивается, но этот порядок не может быть продолжением естественного порядка в R ,
 - множества C и N равномощны,
 - уравнение $x^2 - 2x + 5 = 0$ разрешимо в C .
- 13) Полем не является
- $\langle Q, +, \cdot \rangle$,
 - $\langle R, +, \cdot \rangle$,
 - $\langle C, +, \cdot \rangle$,
 - $\langle N, +, \cdot \rangle$.
- 14) Моноид
- $\langle Q, + \rangle$,

б) $\langle R, - \rangle$,

в) $\langle Z, - \rangle$,

г) $\langle N, + \rangle$.

15) Подгруппой группы $\langle R, \cdot \rangle$ является

а) $\langle C, \cdot \rangle$,

б) $\langle N, \cdot \rangle$,

в) $\langle Q, \cdot \rangle$,

г) $\langle Z, \cdot \rangle$.

16) Квадрат мнимой единицы равен

а) 1,

б) 2,

в) -2,

г) -1.

17) Бинарное отношение ρ на множестве A транзитивно, если выполняется условие

а) $\forall a \in A \ a \rho a$,

б) $\forall a, b \in A \ a \rho b \Rightarrow b \rho a$,

в) $\forall a, b \in A \ a \rho b \wedge b \rho a \Rightarrow a = b$,

г) $\forall a, b, c \in A \ a \rho b \wedge b \rho c \Rightarrow a \rho c$.

18) Любая фундаментальная последовательность действительное число

а) расходится,

б) неограничена,

в) сходится к действительному числу,

г) сходится к рациональному числу.

19) Тривиальная норма задается следующим образом

а) $\forall a \in A \ v(a) = |a|$,

б) $\forall a \in A \ v(a) = \begin{cases} 1, & \text{если } a \neq 0 \\ 0, & \text{если } a = 0 \end{cases}$,

в) $\forall a \in A \ v(a) = a^2$,

г) $\forall a \in A \ v(a) = 2a$.

20) Порядок ρ на множестве A строгий, если выполняется условие

а) $\forall a \in A \ a \rho a$,

б) $\forall a \in A \ \overline{a \rho a}$,

в) $\forall a, b \in A \ a \rho b \wedge b \rho a \Rightarrow a = b$,

г) $\forall a, b \in A \ a \neq b \Rightarrow a \rho b \vee b \rho a$.

21) Системой действительных чисел называется

а) минимальное кольцо, которое является расширением полукольца натуральных чисел,

б) минимальное поле, которое является расширением кольца целых чисел,

в) линейно и архимедовски упорядоченное поле, всякая фундаментальная последовательность элементов которого сходится,

г) минимальное поле, которое является расширением поля действительных чисел и в котором есть элемент i с условием $i^2 + 1 = 0$.

22) Если кольцо не имеет положительную часть, его

а) можно линейно и строго упорядочить,

б) можно строго упорядочить,

- в) нельзя линейно и строго упорядочить,
 г) можно линейно упорядочить.
- 23) Если операция $*$ на непустом множестве A удовлетворяет следующим условиям
- 1) $\forall a, b \in A \exists! c \in A \quad a * b = c$;
 - 2) $\forall a, b, c \in A \quad (a * b) * c = a * (b * c)$;
 - 3) $\exists e \in A \quad \forall a \in A \quad a * e = e * a = a$,
- то алгебра $\langle A, * \rangle$ является
- а) группоидом,
 - б) полугруппой,
 - в) группой,
 - г) моноидом.
- 24) Непустое множество A является замкнутым относительно операции $*$, если
- а) $\forall a, b \in A \exists! c \in A \quad a * b = c$,
 - б) $\forall a, b \in A \quad a * b = b * a$,
 - в) $\forall a, b, c \in A \quad (a * b) * c = a * (b * c)$,
 - г) $\exists e \in A \quad \forall a \in A \quad a * e = e * a = a$.
- 25) Непустое множество A с операциями сложения и умножения, удовлетворяющими условиям:
- 1) $\langle A, + \rangle$ -коммутативная группа;
 - 2) $\langle A \setminus \{0\}, \cdot \rangle$ -коммутативная группа;
 - 3) операция умножения дистрибутивна относительно операции сложения, является
 - а) кольцом,
 - б) полукольцом,
 - в) телом,
 - г) полем.
- 26) Последовательность $\{a_n\}_n$ элементов поля A называется фундаментальной по норме ν относительно поля P_1 , если выполняется условие
- а) $\exists c \in P_1^+ \quad \forall n \in N \quad \nu(a_n) < c$,
 - б) $\forall \varepsilon \in P_1^+ \quad \exists n_\varepsilon \in N \quad \forall n, k \in N \quad n \geq n_\varepsilon \Rightarrow \nu(a_n - a_{n_k}) < \varepsilon$,
 - в) $\forall \varepsilon \in P_1^+ \quad \exists n_\varepsilon \in N \quad \forall n \in N \quad n \geq n_\varepsilon \Rightarrow \nu(a_n - a) < \varepsilon$,
 - г) $\exists \varepsilon \in P_1^+ \quad \exists n_\varepsilon \in N \quad \forall n \in N \quad n \geq n_\varepsilon \Rightarrow \nu(a_n) < \varepsilon$.
- 27) Ниже перечислены свойства отношения эквивалентности последовательностей в нормированных полях. Уберите лишнее.
- а) $\{a_n\}_n \sim \{a_n\}_n$,
 - б) $\{a_n\}_n \sim \{b_n\}_n \Rightarrow \{b_n\}_n \sim \{a_n\}_n$,
 - в) $\{a_n\}_n \sim \{b_n\}_n \wedge \{b_n\}_n \sim \{c_n\}_n \Rightarrow \{a_n\}_n \sim \{c_n\}_n$,
 - г) $\{a_n\}_n \sim \{b_n\}_n \Rightarrow \{a_n\}_n \{c_n\}_n \sim \{b_n\}_n \{c_n\}_n$.
- 28) Поле комплексных чисел
- а) можно линейно упорядочить,
 - б) нельзя линейно упорядочить,
 - в) можно линейно и строго упорядочить единственным способом,
 - г) можно линейно и строго упорядочить несколькими способами.
- 29) Для любых двух натуральных чисел имеют место следующие утверждения. Уберите лишнее.
- а) $a + b \neq a$,

- б) $a + b \neq 1$,
 - в) $a + b > a$,
 - г) $a \geq b$.
- 30) Если любые две модели аксиоматической теории изоморфны, то теорию называют
- а) категоричной,
 - б) полной,
 - в) непротиворечивой,
 - г) независимой.

Форма промежуточного контроля

Зачет

Вопросы к зачету по дисциплине:

1. Аксиоматическая теория натуральных чисел. Сложение и его свойства.
2. Аксиоматическая теория натуральных чисел. Умножение и его свойства.
3. Теоремы, подготавливающие введение порядка на множестве натуральных чисел. Теорема о трихотомии.
4. Определение и свойства отношения "больше" на множестве натуральных чисел.
5. Теорема о единственности линейного и строгого порядка в полукольце натуральных чисел.
6. Теорема Архимеда и теорема о дискретности на множестве натуральных чисел.
7. Аксиоматическая теория натуральных чисел. Теорема о наименьшем элементе.
8. Аксиоматическая теория натуральных чисел. Теорема о наибольшем элементе.
9. Конечные множества и их свойства. Бесконечность множества натуральных чисел.
10. Аксиоматическая теория натуральных чисел. Теорема о наименьшем элементе.
11. Аксиоматическая теория натуральных чисел. Теорема о наименьшем элементе.
12. Разность и частное на множестве натуральных чисел.
13. Категоричность аксиоматической теории натуральных чисел.
14. Независимость аксиомы индукции и ее роль в арифметике.
15. Аксиоматика Пеано. Эквивалентность двух формулировок аксиоматической теории натуральных чисел.
16. Система аксиом Пеано. Введение сложения и умножения на основе аксиоматики Пеано.
17. Независимость аксиом системы Пеано.
18. Свойства упорядоченных полугрупп.
19. Теорема о натуральных кратных ненулевого элемента линейно строго упорядоченной полугруппы.

20. Свойства упорядоченных полуколец.
21. Свойства упорядоченных колец.
22. Теорема о плотности архимедовски линейно строго упорядоченного тела.
23. Критерий существования линейного и строгого порядка кольца.
24. Критерий однозначности линейного и строгого порядка кольца.
25. Критерий продолжения линейного и строгого порядка кольца.
26. Аксиоматическая теория целых чисел. Свойства целых чисел.
27. Теоремы о порядке кольца целых чисел.
28. Категоричность аксиоматической теории целых чисел.
29. Непротиворечивость аксиоматической теории целых чисел.
30. Аксиоматическая теория рациональных чисел. Свойства рациональных чисел.
31. Теоремы о порядке поля рациональных чисел.
32. Непротиворечивость аксиоматической теории рациональных чисел.
33. Категоричность аксиоматической теории рациональных чисел.
34. Теорема о существовании подполя линейно строго упорядоченного поля, изоморфного полю рациональных чисел.
35. Нормированные поля. Примеры норм. Свойства нормы.
36. Последовательности в нормированных полях. Теоремы об эквивалентных последовательностях.
37. Последовательности в нормированных полях. Теоремы о фундаментальных и сходящихся последовательностях.
38. Последовательности в нормированных полях. Теорема о возрастающей и ограниченной последовательности.
39. Свойства последовательностей архимедовски упорядоченного поля.
40. Аксиоматическая теория действительных чисел. Теорема о существовании корня.
41. Аксиоматическая теория действительных чисел. Теорема о сечении.
42. Аксиоматическая теория действительных чисел. Теорема о порядке поля действительных чисел. Теорема о двойной последовательности.
43. Категоричность аксиоматической теории действительных чисел.
44. Непротиворечивость аксиоматической теории действительных чисел.
45. Аксиоматическая теория комплексных чисел. Свойства комплексных чисел.
46. Категоричность аксиоматической теории комплексных чисел.
47. Непротиворечивость аксиоматической теории комплексных чисел.
48. Линейные алгебры конечного ранга над полем комплексных чисел.
49. Теорема Фробениуса о линейных алгебрах конечного ранга над полем действительных чисел.

Оформление письменной работы согласно МИ 4.2-5/47-01-2013
Общие требования к построению и оформлению учебной текстовой документации

Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Основная литература

1. Бухштаб А.А. Теория чисел: учеб. пособие. 3-е изд., стереотип. М., Краснодар: Лань. 2008. 383 с.
2. Казачек Н.А. Числовые системы. Чита: Изд-во ЗабГГПУ, 2009. 50 с.
3. Курош А.Г. Курс высшей алгебры: учеб. для студентов вузов, обучающихся по специальностям «Математика», «Прикладная математика». 16-е изд., стереотип. СПб.; М.; Краснодар: Лань; М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. 431 с.

Дополнительная литература

1. Блох, А.Ш. Числовые системы – Минск: Вышэйшая школа, 1982. – 158 с.
2. Кантор И.Л. Гиперкомплексные числа. - М.: Наука, 1973, с.144.
3. Ларин, С.В. Числовые системы. – М.: Academia, 2001. – 157 с.
4. Нечаев, В.И. Числовые системы: пособие для студентов пед. ин-тов. – М.: Просвещение, 1975. – 199 с.
5. Понтрягин Л.С. Обобщения чисел. - М.: Наука, 1986, с.177.
6. Феферман, С. Числовые системы. Основания алгебры и анализа. – М.: Наука, 1971. – 440 с.

Собственные учебные пособия

1. Казачек Н.А. Числовые системы. Чита: Изд-во ЗабГГПУ, 2009. 50 с.

Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. ЭБС «Рукопт»
2. ЭБС «IPRbooks»
3. Научная электронная библиотека eLibrary
4. ЭБД РГБ «Диссертации»

Ведущий преподаватель

Н.А Казачек

Заведующий кафедрой

А.Э. Менчер