МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«Забайкальский государственный университет»

(ФГБОУ ВО «ЗабГУ»)

Факультет энергетический

Кафедра информатики, вычислительной техники и прикладной математики

**УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ**

**для студентов заочной формы обучения**

*(с полной формой обучения)*

по дисциплине «Теория вероятностей, математическая статистика

и случайные процессы»

для направления подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника

Общая трудоемкость дисциплины – 4 зачетные единицы.

Форма текущего контроля в семестре – контрольная работа.

Курсовая работа (курсовой проект) (КР, КП) – нет.

Форма промежуточного контроля в семестре – зачет.

Чита 2019 г.

**Краткое содержание курса**

Раздел 1. Случайные события.

Раздел 2. Случайные величины.

Раздел 3. Элементы математической статистики.

**Форма текущего контроля – Контрольная работа**

Контрольная работа состоит из шести заданий. Номер варианта определяется по последней цифре шифра зачетной книжки.

После полного выполнения данной работы проводится защита контрольной работы в устной форме: студент объясняет решение каждого задания и отвечает на теоретические вопросы, связанные с этим заданием.

Контрольная работа выполняется в рукописном виде в тетради. **Оформление письменной работы согласно МИ 01-02-2018** Общие требования к построению и оформлению учебной текстовой документации.

Вариант 1

1. В шкафу находится 10 пар туфель. Случайно выбираются 4 туфли. Найти вероятность того, что среди выбранных туфель окажется хотя бы одна пара.

2. Бомбардировщик для выполнения задания должен пройти через зону зенитной обороны противника, в которой по нему, независимо друг от друга, ведут огонь 4 зенитных орудия. Каждое орудие производит по 10 выстрелов, вероятность попадания в самолет при каждом выстреле равна . Для уничтожения самолета достаточно одного попадания. Если самолет не будет сбит, он выходит на цель и сбрасывает бомбы. Вероятность выполнения боевого задания при этом равна . Найти вероятность, что бомбардировщик выполнит задание.

3. На 10 карточках написаны числа 3, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6. Две из них вынимаются одна за другой. Число, написанное на первой карточке берется за числитель, на второй – за знаменатель дроби. Найти вероятность того, что дробь будет правильной.

4. Испытуемый прибор состоит из трех малонадежных элементов. Отказы элементов независимы, а их вероятности равны 0,1, 0,2 и 0,3 соответственно. Определить математическое ожидание и дисперсию числа отказавших элементов.

5. Случайная величина *Х* распределена равномерно с  и . Найти функцию распределения, плотность,  случайной величины *Х*.

6. Найти плотность распределения, математическое ожидание и дисперсия случайной величины , где *Х* – случайная величина из предыдущей задачи.

Вариант 2

1. В лотерее сто билетов, среди них один выигрыш в *А* руб., три выигрыша по В руб., шесть выигрышей по *С* руб. и 15 выигрышей по *D* руб. Найти вероятность хоть какого-нибудь выигрыша, если куплено три билета.

2. По мосту, независимо друг от друга производят серийное бомбометание три самолета. Каждый самолет сбрасывает одну серию бомб. Вероятность попадания хотя бы одной бомбы из серии для первого самолета равна 0,2, для второго – 0,3, для третьего – 0,4. Найти вероятность того, что мост будет разрушен.

3. Из урны, содержащей 3 белых и 2 черных шара, переложено 2 шара в урну, содержащую 4 белых и 4 черных шара. Найти вероятность вынуть после этого из второй урны белый шар.

4. Найти закон распределения ДСВ, которая может принимать только два значения:  с вероятностью 0,2 и , причем <. Известно, что , .

5. Найти дисперсию случайной величины *Х*, если ее функция распределения имеет вид



Найти .

6. Найти плотность распределения, математическое ожидание случайной величины , где *Х* – случайная величина из предыдущей задачи.

Вариант 3

1. В ящике 20 коробок по 10 карандашей. При вскрытии ящика 4 коробки уронили и графиты в карандашах поломались. Все 20 коробок положили в шкаф, откуда затем взяли 2 коробки и карандаши раздали ученикам. Найти вероятность того, что взятый наугад один из этих карандашей будет со сломанным графитом.

2. Из сосуда, содержащего 2 белых и 4 черных шара, двое поочередно извлекают шары. Найти вероятность вынуть первым белый шар каждому из участников.

3. В первой урне – 3 белых и 1 черный шар, во второй – 6 белых и 4 черных, в третьей – 9 белых и 1 черный шар. Из наугад выбранной урны случайным образом извлекается шар. Найти вероятность того, что он – белый.

4. Производятся испытания 10 изделий на надежность, причем вероятность выдержать испытания для каждого изделия равна 0,9. Построить ряд распределения и найти математическое ожидание случайного числа изделий, выдержавших испытания.

5. Случайная величина *Х* задана плотностью распределения  в интервале (0; 2); вне этого интервала . Найти дисперсию, функцию распределения величины *Х* и вероятность .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *X*  *Y* | 20 | 40 | 60 |
| 10 | 3 |  | 0 |
| 20 | 2 | 4 | 2 |
| 30 |  | 2 | 5 |

6. Найти плотность распределения, математическое ожидание случайной величины , где *Х* – случайная величина из предыдущей задачи.

Вариант 4

1. В партии  изделий I сорта и  изделий II сорта. Проверка первых  изделий (), выбранных наугад, показала, что все они II сорта. Найти вероятность того, что среди следующих двух, наугад выбранных изделий из числа непроверенных, по меньшей мере одно окажется II сорта.

2. Стрелок *А* попадает в цель с вероятностью 0,7, стрелок *В* – с вероятность. 0,8 и стрелок *С* – с вероятностью 0,9. Найти вероятность двух попаданий при одновременном выстреле всех стрелков по мишени.

3. В группе спортсменов 20 лыжников, 6 велосипедистов и 4 бегуна. Вероятность выполнения квалификационной нормы для лыжника равна 0,9, для велосипедиста – 0,8, для бегуна – 0,7. Найти вероятность того, что вызванный наугад спортсмен выполнит норму.

4. Подлежит исследованию 1200 проб руды. Пусть вероятность промышленного содержания металла в каждой пробе равна 0,09. Найти математическое ожидание и дисперсию числа проб с промышленным содержанием металла.

5. Найти функцию распределения и дисперсию случайной величины *Х*, если ее плотность изменения равна



Найти , где .

6. Найти плотность распределения, математическое ожидание и дисперсию случайной величины , где *Х* – случайная величина из предыдущей задачи.

Вариант 5

1. Из колоды в 32 карты наугад выбирают 4. Найти вероятность того, что среди них окажется хотя бы один туз.

2. Радист трижды вызывает корреспондента. Вероятность того, что будет услышан первый вызов равна 0,2, второй – 0,3, третий – 0,4. По условиям приема события, состоящие в том, что будет услышан данный вызов, не зависимы. Найти вероятность того, что корреспондент вообще услышит вызов.

3. Детали на сборку поступают с 4 автоматов. Среди деталей, поступающих с первого автомата 0,1 % - бракованные, со второго – 0,2 %, с третьего – 0,25 %, с четвертого – 0,5 %. Производительности автоматов относятся как 4:3:2:1 соответственно. Взятая наудачу деталь оказалась стандартной. Найти вероятность того, что она изготовлена на четвертом автомате.

4. Произвести три независимых опыта, в каждом из которых с равной вероятностью может быть получено целое число от нуля до двух. Построить ряд распределения суммы полученных чисел.

5. Найти вероятность попадания в интервал (4, 8) нормально распределенной случайной величины *Х*, если  и .

6. Найти плотность распределения, математическое ожидание и дисперсию случайной величины , где *Х* – случайная величина из предыдущей задачи.

Вариант 6

1. Сколько раз надо бросить игральную кость, чтобы появление 6 очков имело вероятность, большую 0,5?

2. Среди 100 лотерейных билетов 5 выигрышных. Найти вероятность того, что из 3 наугад выбранных билетов 2 окажутся выигрышными.

3. В телевизионном ателье имеется 4 кинескопа. Вероятность того, что кинескопы выдержат гарантийный срок службы соответственно равны 0,8, 0,85, 0,9 и 0,95. Найти вероятность того, что взятый наугад кинескоп выдержит гарантийный срок службы.

4. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0,6. Стрельба ведется до первого попадания, после чего прекращается. Найти среднее число израсходованных патронов, если у стреляющего 4 патрона.

5. Найти плотность распределения и дисперсию случайной величины *Х*, если ее функции распределения равна



Найти .

6. Найти плотность распределения, математическое ожидание и дисперсию случайной величины , где *Х* – случайная величина из предыдущей задачи.

Вариант 7

1. Бросаются одновременно 2 игральные кости. Найти вероятность того, что произведение выпавших очков будет четным.

2. В первой урне 5 белых, 11 черных и 8 красных шаров, а во второй – 10 белых, 8 черных и 6 красных. Из обеих урн наугад извлекаются по одному шару. Найти вероятность того, что оба шара одного цвета.

3. Имеются 3 партии деталей по 20 деталей в каждой. Число стандартных деталей в первой партии равно 20, во второй – 15, в третьей – 10. Из наудачу выбранной партии наугад извлечена деталь, оказавшаяся стандартной. Деталь возвращают в партию и вторично из той же партии наугад извлекают деталь, которая также оказывается стандартной. Найти вероятность того, что детали были извлечены из третьей партии.

4. Производятся независимые испытания с одинаковой вероятностью появления события *А* в каждом испытании. Найти вероятность появления события *А*, если дисперсия числа появлений события в трех независимых испытаниях равна 0,63.

5. Найти функцию распределения и дисперсию случайной величины *Х*, если ее плотность равна



Найти .

6. Найти плотность распределения, математическое ожидание и дисперсию случайной величины , где *Х* – случайная величина из предыдущей задачи.

Вариант 8

1. Вероятность появления события *А* в каждом испытании равна *р*. Сколько раз нужно повторить испытание, чтобы с вероятностью не меньшей  утверждать, что хотя бы один раз произойдет событие *А*?

2. Трое поочередно бросают монету. Выигрывает тот, у которого раньше появится герб. Определить вероятность выигрыша первого из бросавших.

3. В коробке 15 теннисных шаров, из которых 9 новых. Для первой игры наудачу берут 3 шара, которые после игры возвращаются в коробку. Для второй игры также наугад берутся 3 шара. Найти вероятность того, что шары для второй игры все новые.

4. Из урны с 3 белыми и 3 черными шарами наудачу извлекаются шары до тех пор, пока не появится черный шар. Найти математическое ожидание и дисперсию числа вынутых белых шаров.

5. Дана функция распределения случайной величины *Х*: . Найти *С*, плотность распределения и дисперсию случайной величины *Х*. Найти .

6. Найти плотности распределения, математическое ожидание и дисперсию случайной величины , где *Х* – случайная величина из предыдущей задачи.

Вариант 9

1. Бросаются 3 игральные кости. Какова вероятность того, что хотя бы на одной из них выпадет одно очко, если на всех трех костях выпали равные грани.

2. На участке *АВ* десять светофоров, вероятность остановки перед каждым равна 0,2. Вероятность того, что от пункта *В* до конечного пункта *С* автомобиль пройдет без остановок равна 0,6. Определить вероятность того, что на участке *АС* не будет ни одной остановки.

3. Три охотника одновременно выстрелили по кабану, который был убит одной пулей. Определить вероятность того, что кабан был убит первым охотником, если вероятность попадания для них равны соответственно 0,2; 0,4; 0,6.

4. Из двух орудий поочередно ведется стрельба по цели до первого попадания одним из орудий. Вероятность попадания в цель первым орудием равна 0,3, вторым – 0,7. Начинает стрельбу первое орудие. *Х* – число снарядов, израсходованных первым орудием. Найти .

5. Задана плотность распределения случайной величины



Найти функцию распределения и вероятность .

6. Найти плотность распределения, математическое ожидание и дисперсию случайной величины , где *Х* – случайная величина из предыдущей задачи.

Вариант 10

1. Устройство содержит два независимо работающих элемента. Вероятности отказа элементов соответственно равны  и . Найти вероятность отказа устройства, если для этого достаточно, чтобы отказал хотя бы один элемент.

2. Игрок *А* поочередно играет с игроками *В* и *С* по 2 партии. Вероятности выигрыша первой партии для *В* и *С* равны 0,1 и 0,2 соответственно. Вероятность выиграть во второй партии для *В* равна 0,3, для *С* – 0,4. Определить вероятность того, что первым выиграет игрок *В*.

3. Имеется 10 одинаковых урн, из которых в 9 находится по 2 черных и 2 белых шара, а в одной 5 белых и 1 черный. Из урны, взятой наугад, извлечен белый шар. Какова вероятность того, что шар извлечен из урны с пятью белыми шарами?

4. Из большой партии, содержащей 10 % нестандартных деталей, наудачу извлекаются 5 деталей. *Х* – число нестандартных деталей среди отобранных. Составить ряд распределений, найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины *Х*.

5. Функция плотности распределения случайной величины *Х* равна



Найти вероятность .

6. Найти плотность распределения, математическое ожидание и дисперсию случайной величины , где *Х* – случайная величина из предыдущей задачи.

**Вопросы к защите Контрольной работы**

1. Случайные события. Свойства частот. Статистическое и классическое определение вероятностей. Геометрические вероятности
2. Алгебра событий. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность. Формула полной вероятности
3. Формулы Бейеса. Схема Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности.
4. Случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. Простейший поток событий.
5. Числовые характеристики дискретной случайной величины. Понятие о законе больших чисел
6. Неравенство Чебышева. Теоремы Чебышева и Бернулли. Центральная предельная теорема.
7. Интегральная функция распределения. Дифференциальная функция распределения. Числовые характеристики непрерывных случайных величин.
8. Равномерное, нормальное, показательное распределение случайных величин
9. Функции случайного аргумента. Особенности линейной функции от аргумента, распределенного нормально. Совместное распределение суммы независимых случайных величин.
10. Двумерные случайные величины. Зависимые случайные величины. Корреляционный момент и коэффициент корреляции.

**Форма промежуточного контроля – зачет**

Для оценки «зачтено» необходимо 100 % правильное выполнение заданий контрольной работы и правильные ответы на три теоретические вопроса, связанных с темами заданий. При не полном выполнении контрольной работы студент к защите работы не допускается.

**Вопросы для подготовки к зачету**

1. Испытания. Случайные события и их классификация.
2. Алгебра событий.
3. Элементы комбинаторики.
4. Аксиомы теории вероятностей. Понятие вероятности события.
5. Частота события. Статистическое и классическое определение вероятности события.
6. Геометрическая вероятность.
7. Операции над вероятностями. Условная вероятность.
8. Формула полной вероятности. Формула Бейеса.
9. Повторения испытаний. Формула Бернулли.
10. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.
11. Простейший поток событий. Формула Пуассона.
12. Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины.
13. Интегральная и дифференциальная функции распределения случайной величины. Их свойства.
14. Числовые характеристики случайной величины.
15. Основные классические закономерности распределения дискретной случайной величины.
16. Законы распределения непрерывной случайной величины (равномерное, показательное, нормальное, гамма, Стьюдента, Фишера распределения).
17. Системы случайных величин. Законы распределения. Условные законы распределения.
18. Числовые характеристики системы случайных величин.
19. Корреляционная зависимость. Функции регрессии. Линии регрессии.
20. Предельные теоремы теории вероятностей.
21. Основные задачи математической статистики.
22. Простая статистическая совокупность. Статистическая функция распределения.
23. Числовые характеристики статистического распределения.
24. Статистические оценки параметров распределения. Точечные и интервальные оценки.
25. Статистическая проверка гипотез.
26. Критерии согласия Пирсона.

**Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

**Основная литература**

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие /В.Е. Гмурман – 12-е изд. – Москва: Юрайт, 2014. – 479 с.: ил. – (Бакалавр).
2. Колемаев В.А. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник / В.А. Колемаев, В.Н. Калинина. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва: Кноус, 2009. – 384 с.
3. Луценко А.И. Теория вероятностей: учебник / А.И. Луценко. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2009. – 251 с. – (Высшее образование).
4. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам / Д.Т. Письменный. – 5-е изд. – Москва: Айрис-Пресс, 2010. – 288 с. – (Высшее образование).

5. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: учебник /Е.С. Вентцель – 10-е изд., стер. – Москва: Высш. шк., 2007. – 575 с.

**Дополнительная литература**

1. Вентцель Е.С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения: учеб. пособие / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – 4-е изд., стер. – Москва: Высшая школа, 2007. – 479 с.: ил.

2. Домрачев В.И. Теория вероятностей и элементы математической статистики: учеб. пособие / В.И. Домрачев. – Чита: ЧитГУ, 2005. – 123 с. (ДВ РУМЦ № Г-2105.09 от 13.09.04 протокол № 307).

3. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник /Н.Ш. Кремер. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва: ЮНИТИ-ДАНА, 2007. – 573 с.

4. Кочетков Е.С. Теория вероятностей в задачах и упражнениях: учеб. пособие / Е.С. Кочетков, С.О. Смерчинская. – 2-е изд. – Москва: Форум, 2011. – 479 с. – (Высшее образование).

5. Фадеева Л.Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие / Л.Н. Фадеева, А.В. Лебедев; под ред. Л.Н. Фадеевой. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва: Эксмо, 2010. – 496 с.: ил.

**Базы данных, информационно-справочные и**

**поисковые системы**

1. Единый образовательный портал. – Режим доступа: http://window.edu.ru.
2. Библиотека ЗабГУ. – Режим доступа: http://library.zabgu.ru.
3. ЭБС «Университетская библиотека онлайн». – Режим доступа: http://biblioclub.ru.

Ведущий преподаватель:

к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры информатики, вычислительной техники и прикладной математики Коган Евгения Семеновна

Зав. кафедрой ИВТ и ПМ к.т.н., доцент Валова Ольга Валерьевна