МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«Забайкальский государственный университет»

(ФГБОУ ВО «ЗабГУ»)

Факультет энергетический

Кафедра информатики, вычислительной техники и прикладной математики

**УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ**

**для студентов заочной формы обучения**

(*с полным сроком обучения*)

по дисциплине «Алгебра и геометрия»

для направления подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника

Общая трудоемкость дисциплины: 1 семестр – 3 зачетных единиц.

Форма текущего контроля в первом семестре – контрольная работа.

Курсовая работа (курсовой проект) (КР, КП) – нет.

Форма промежуточного контроля в первом семестре – зачет

Общая трудоемкость дисциплины: 2 семестр – 5 зачетных единиц.

Форма текущего контроля во втором семестре – контрольная работа.

Курсовая работа (курсовой проект) (КР, КП) – нет.

Форма промежуточного контроля во втором семестре – экзамен

Чита 2018

**Краткое содержание курса**

**Первый семестр**

1.Матричная алгебра

1.1.Матрицы

1.2.Операции над матрицами

1.3.Определители квадратных матриц

2. Решение систем линейных уравнений

2.1.Общие понятия системы линейных уравнений

2.2.Нахождение единственного решения системы линейных уравнений

2.3.Общий подход к решению систем уравнений

2.4.Базисные решения системы уравнений

2.5.Однородные системы линейных уравнений

1. Векторная алгебра

3.1.Линейные операции над векторами. Базисы и координаты

3.3. Проекция вектора на ось и ее свойства

3.2. Деление отрезка в данном отношении

3.4.Скалярное произведение векторов

3.5. Векторное и смешанное произведение векторов

1. Прямая на плоскости

4.1.Уравнение прямой с угловым коэффициентом

4.2.Уравнение прямой, проходящей через две данные точки.

4.3.Уравнение прямой, с данным вектором нормали, проходящей через данную точку

4.4.Уравнение прямой в отрезках

4.5. Параметрическое уравнение прямой

4.6.Каноническое уравнение прямой

4.7.Уравнение прямой в полярных координатах

4.8.Нормальное уравнение прямой

4.9.Основные задачи на прямую на плоскости

5. Плоскость и прямая в пространстве

5.1. Способы задания плоскости

5.2. Уравнение плоскости, проходящей через три различные точки, не лежащие на одной прямой. Уравнение плоскости в отрезках

5.3. Нормальное уравнение плоскости. Отклонение точки от плоскости

5.4. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей

5.5. Прямая в пространстве. Векторное уравнение прямой. Параметрические уравнения прямой

5.6. Канонические уравнения прямой

5.7. Общие уравнения прямой, как линии пересечения двух плоскостей

5.8. Угол между прямыми

5.9. Угол между прямой и плоскостью

**Второй семестр**

6. Кривые второго порядка

6.1. Эллипс

6.2 Парабола

6.3 Гипербола

7. Поверхности второго порядка

7.1.Понятие поверхности второго порядка

7.2.Эллипсоид

7.3.Гиперболоиды

7.4.Конус

7.5.Параболоиды

7.6.Цилиндры

8. Линейные векторные пространства

8.1. Понятие линейного векторного пространства

8.2. Вектор в п-мерном пространстве

8.3. Линейная зависимость и независимость векторов

8.4. Размерность векторного пространства

8.5. Базис векторного пространства

8.6. Матрица перехода к новому базису

9. Линейные операторы

9.1. Понятие линейного оператора

9.2. Линейное пространство операторов

9.3. Структура линейного оператора

9.4. Матрицы оператора в разных базисах

9.5. Собственные векторы, собственные значения линейного оператора

9.6. Симметричный оператор

9.7. Квадратичные формы

9.8. Понятие квадратичной формы.

9.9. Связь между квадратичной формой и оператором

**Форма текущего контроля**

**Первый семестр**

**Контрольная работа №1**

Контрольная работа выполняется в рукописном виде в тетради. **Оформление письменной работы согласно** [**МИ 01-02-2018 Общие требования к построению и оформлению учебной текстовой документации**](http://zabgu.ru/files/html_document/pdf_files/fixed/Normativny'e_dokumenty'/MI__01-02-2018_Obshhie_trebovaniya_k_postroeniyu_i_oformleniyu_uchebnoj_tekstovoj_dokumentacii.pdf).

Контрольная работа содержит 10 вариантов. Номер варианта совпадает с последней цифрой зачетной книжки. Вариант 010 соответствует цифре 0.

**Тема «Матричная алгебра. Решение систем линейных алгебраических уравнений»**

*Задание 1. (Номер задания соответствует номеру варианта)*

1. Найти матрицу , если,

, , .

2. Найти матрицу , если,

, , .

3. Найти матрицу , если,

, , .

4. Найти матрицу , если,

, , .

5. Найти матрицу , если,

, , .

6. Найти матрицу , если,

, , .

7. Найти матрицу , если,

, .

8. Найти матрицу , если,

, .

9. Найти матрицу , если,

, .

10. Найти матрицу , если,

, .

# Задание 2. Вычислить определитель.

1. . 2. .

3. . 4. .

5. . 6. .

7. . 8. .

9. . 10. .

Задание 3. Решить матричное уравнение.

1. . 2. .

3. . 4. 

5. . 6. .

7. . 8. .

9. . 10. .

Задание 4. Решить систему методом Гаусса.

1. . Неизвестное  найти по формулам Крамера.

2. . Неизвестное  найти по формулам Крамера.

3. . Неизвестное  найти по формулам Крамера.

4. . Неизвестное  найти по формулам Крамера.

5. . Неизвестное  найти по формулам Крамера.

6. . Неизвестное  найти по формулам Крамера.

7. . Неизвестное  найти по формулам Крамера.

8. . Неизвестное  найти по формулам Крамера.

9. . Неизвестное  найти по формулам Крамера.

10. . Неизвестное  найти по формулам Крамера.

**Тема «Векторная алгебра»**

Задание 1. Написать разложение вектора по векторам , , :

1) , , , ;

2) , , , ;

3) , , , ;

4) , , , ;

5) , , , ;

6) , , , ;

7) , , , ;

8) , , , ;

9) , , , ;

10) , , , ;

Задание 2. Коллинеарны ли векторы  и , построенные по векторам  и :

1) , , , ;

2) , , , ;

3) , , , ;

4) , , , ;

5) , , , ;

6) , , , ;

7) , , , ;

8) , , , ;

9) , , , ;

10) , , , ;

*Задание 3. Найти косинус угла между векторами  и *:

1) , , ;

2) , , ;

3) , , ;

4) , , ;

5) , , ;

6) , , ;

7) , , ;

8) , , ;

9) , , ;

10) , , ;

Задание 4. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  и :

1) , ; , , ;

2) , ; , , ;

3) , ; , , ;

4) , ; , , ;

5) , ; , , ;

6) , ; , , ;

7) , ; , , ;

8) , ; , , ;

9) , ; , , ;

10) , ; , , ;

Задание 5. Компланарны ли векторы , , :

1) , , ;

2) , , ;

3) , , ;

4) , , ;

5) , , ;

6) , , ;

7) , , ;

8) , , ;

9) , , ;

10) , , ;

Задание 6. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках , , ,  и его высоту, опущенную из вершины  на грань :

1) , , , ;

2) , , , ;

3) , , , ;

4) , , , ;

5) , , , ;

6) , , , ;

7) , , , ;

8) , , , ;

9) , , , ;

10) , , , ;

**Тема «Прямая на плоскости»**

Заданы вершины треугольника , , .

1. Написать уравнения всех сторон треугольника.
2. Написать уравнение высоты, проведенной из вершины *A*.
3. Написать уравнение медианы, проведенной из вершины *B*.
4. Найти проекцию точки *A* на сторону *BC*.
5. Записать уравнение стороны *AB* в форме уравнение прямой в отрезках.
6. Записать уравнение прямой *BC* в форме уравнение прямой с угловым коэффициентом.
7. Записать уравнение прямой *AC* в форме нормального уравнение.
8. Записать уравнение прямой проходящей через т. *N(10,10)* параллельно стороне *AB*.
9. Записать уравнение прямой, проходящей через т. *M(-10,-10)* перпендикулярно стороне *BC*.

В таблице указаны координаты точек, соответствующие вариантам.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №  варианта |  | |  | |  | |
|  |  |  |  |  |  |
| 1 | 2 | 3 | -1 | 2 | 7 | -1 |
| 2 | 3 | 4 | -2 | 1 | 7 | -2 |
| 3 | 3 | 5 | -1 | 3 | 7 | -3 |
| 4 | 4 | 3 | -2 | 3 | 7 | -4 |
| 5 | 5 | 1 | -3 | 2 | 7 | -5 |
| 6 | 2 | 5 | -3 | 1 | 7 | -6 |
| 7 | 6 | 1 | -1 | 4 | 6 | -7 |
| 8 | 5 | 3 | -2 | 4 | 5 | -7 |
| 9 | 6 | 2 | -3 | 4 | 4 | -7 |
| 10 | 2 | 6 | -4 | 3 | 3 | -7 |

**Тема «Плоскость. Прямая в пространстве»**

Задание 1. Найти расстояние от точки  до плоскости, проходящей через три точки ,,:

1) , , , ;

2) , , , ;

3) , , , ;

4) , , , ;

5) , , , ;

6) , , , ;

7) , , , ;

8) , , , ;

9) , , , ;

10) , , , ;

Задание 2. Найти угол между плоскостями:

1) , ;

2) , ;

3) , ;

4) , ;

5) , ;

6) , ;

7) , ;

8) , ;

9) , ;

10) , ;

Задание 3. Написать канонические уравнения прямой:

1) 

2) 

3) 

4) 

5) 

6) 

7) 

8) 

9) 

10) 

Задание 4. Найти точку пересечения прямой и плоскости:

1) , ;

2) , ;

3) , ;

4) , ;

5) , ;

6) , ;

7) , ;

8) , ;

9) , ;

10) , ;

Задание 5. Найти точку симметричную точке М относительно прямой (для вариантов 1 – 15) или плоскости (для вариантов 16 – 20):

1) , ;

2) , ;

3) , ;

4) , ;

5) , ;

6) , ;

7) , ;

8) , ;

9) , ;

10) , ;

**Второй семестр**

**Контрольная работа №2**

Контрольная работа выполняется в рукописном виде в тетради. **Оформление письменной работы согласно** [**МИ 01-02-2018 Общие требования к построению и оформлению учебной текстовой документации**](http://zabgu.ru/files/html_document/pdf_files/fixed/Normativny'e_dokumenty'/MI__01-02-2018_Obshhie_trebovaniya_k_postroeniyu_i_oformleniyu_uchebnoj_tekstovoj_dokumentacii.pdf).

Контрольная работа содержит 10 вариантов. Вариант 10 соответствует цифре 0.

Задание 1. Исследовать кривую второго порядка и построить ее.

|  |  |
| --- | --- |
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 |  |
| 4 |  |
| 5 |  |
| 6 |  |
| 7 |  |
| 8 |  |
| 9 |  |
| 10 |  |

Задание 2. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов  и  и произведение любого элемента  на любое действительное число ?

|  |  |
| --- | --- |
| 1 | Множество всех векторов трехмерного пространства, координаты которых – целые числа; сумма: , произведение: . |
| 2 | Множество всех векторов, лежащих на одной оси; сумма: , произведение: . |
| 3 | Множество всех векторов на плоскости, каждый из которых лежит на одной из осей; сумма: , произведение: . |
| 4 | Множество всех векторов трехмерного пространства; сумма: , произведение: . |
| 5 | Множество всех векторов, лежащих на одной оси; сумма: , произведение: . |
| 6 | Множество всех векторов, являющихся линейными комбинациями векторов ; сумма: , произведение:  . |
| 7 | Множество всех функций , принимающих положительные значения; сумма: , произведение . |
| 8 | Множество всех непрерывных функций , заданных на отрезке ; сумма: , произведение: . |
| 9 | Множество всех четных функций , заданных на отрезке ; сумма: , произведение: . |
| 10 | Множество всех нечетных функций , заданных на отрезке ; сумма: , произведение: . |

Задание 3. Исследовать на линейную зависимость систему векторов

|  |  |
| --- | --- |
| 1 | , , |
| 2 | на |
| 3 | , , |
| 4 | 2, , ,  на |
| 5 | , , |
| 6 | на |
| 7 | , , |
| 8 | на |
| 9 | , , |
| 10 | на |

Задание 4. Найти координаты вектора  в базисе , если он в базисе 

|  |  |
| --- | --- |
| 1 | . |
| 2 | . |
| 3 |  |
| 4 |  |
| 5 |  |
| 6 |  |
| 7 |  |
| 8 |  |
| 9 |  |
| 10 |  |

Задание 5. Пусть . Являются ли линейными следующие преобразования:

|  |  |
| --- | --- |
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 |  |
| 4 |  |
| 5 |  |
| 6 |  |
| 7 |  |
| 8 |  |
| 9 |  |
| 10 |  |

Задание 6. Пусть , , . Найти:

|  |  |
| --- | --- |
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 |  |
| 4 |  |
| 5 |  |
| 6 |  |
| 7 |  |
| 8 |  |
| 9 |  |
| 10 |  |

Задание 7. Найти матрицу линейного оператора  в базисе , где



если в базисе  матрица этого оператора  имеет вид:

|  |  |
| --- | --- |
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 |  |
| 4 |  |
| 5 |  |
| 6 |  |
| 7 |  |
| 8 |  |
| 9 |  |
| 10 |  |

Задание 8. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора 

|  |  |
| --- | --- |
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 |  |
| 4 |  |
| 5 |  |
| 6 |  |
| 7 |  |
| 8 |  |
| 9 |  |
| 10 |  |

Задание 9. Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа

|  |  |
| --- | --- |
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 |  |
| 4 |  |
| 5 |  |
| 6 |  |
| 7 |  |
| 8 |  |
| 9 |  |
| 10 |  |

Задание 10. Привести квадратичную форму к каноническому виду ортогональным преобразованием.

|  |  |
| --- | --- |
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 |  |
| 4 |  |
| 5 |  |
| 6 |  |
| 7 |  |
| 8 |  |
| 9 |  |
| 10 |  |

**Форма промежуточного контроля**

**Зачет**

Зачет проводится в устной форме: обсуждается теоретический материал и приводится решение практических заданий с объяснением. Билет состоит из трех вопросов (один теоретический, и два практических).

Студенту предлагается выбрать билет и подготовиться к устному ответу. Время подготовки заранее оговаривается преподавателем. Каждый вопрос билета оценивается отдельно по двухбалльной шкале оценок, а далее вычисляется среднее арифметическое оценок, полученных за каждый вопрос. В процессе ответа студента на вопросы и задания билета, преподаватель может задавать дополнительные вопросы. При выставлении оценки учитывается активность студента во время аудиторных занятий, и результаты собеседований по лекционному материалу и материалу практических занятий.

**Экзамен**

Экзамен проводится в устной форме: обсуждается теоретический материал и приводится решение практических заданий с объяснением. Билет состоит из трех вопросов (один теоретический, и два практических).

Студенту предлагается выбрать билет и подготовиться к устному ответу. Время подготовки заранее оговаривается преподавателем. Каждый вопрос билета оценивается отдельно по четырехбалльной шкале оценок, а далее вычисляется среднее арифметическое оценок, полученных за каждый вопрос. В процессе ответа студента на вопросы и задания билета, преподаватель может задавать дополнительные вопросы. При выставлении оценки учитывается активность студента во время аудиторных занятий, и результаты собеседований по лекционному материалу и материалу практических занятий.

При определении уровня достижений, обучающих на экзамене обращается особое внимание на следующее:

1. Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос;
2. Показана совокупность осознанных знаний об объекте, проявляющаяся в свободном оперировании понятиями, умении выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи;
3. Знание об объекте демонстрируются на фоне понимания его в системе данной дисциплины и междисциплинарных связей;
4. Ответ формулируется в терминах дисциплины, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию обучающегося;
5. Теоретические постулаты подтверждаются примерами из практики.

**Примерный перечень вопросов к экзамену (второй семестр):**

1. Вычисление определителей второго и третьего порядка. Вычисление определителей высших порядков.
2. Матрицы, действия над матрицами. Вычисление обратной матрицы.
3. Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера.
4. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
5. Векторы. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов.
6. Векторное и смешанное произведения векторов.
7. Прямая линия на плоскости и в пространстве.
8. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой. Уравнение плоскости. Общее и нормальное уравнения плоскости. Расстояние от точки до плоскости.
9. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
10. Линейные векторные пространства
11. Переход от старого базиса к новому
12. Линейные подпространства
13. Линейные векторные пространства. Евклидово пространство
14. Линейные операторы. Матрицы линейных операторов
15. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов.
16. Квадратичные формы. Приведение квадратичных форм к каноническому виду.
17. Преобразование координат на плоскости. Построение кривых, заданных общим уравнением.
18. Кривые в полярной системе координат.
19. Приведение к каноническому виду общих уравнений поверхностей второго порядка.
20. Эллипс, каноническое уравнение эллипса. Эксцентриситет, фокальные радиусы, директрисы.
21. Гипербола, каноническое уравнение, эксцентриситет, асимптоты и директрисы гиперболы.
22. Парабола, каноническое уравнение
23. Поверхности второго порядка

**Учебно-методическое и**

**информационное обеспечение дисциплины**

**Основная литература**

1. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: учеб. пособие / Д.В. Клетеник; под ред. Н.В. Ефимова. – 17-е изд., стер. – СПб.: Профессия, 2009. – 200 с.
2. Курош А.Г. Курс высшей алгебры: учебник / А.Г. Курош. – 16-е изд., стер. – СПб.: Лань; М.: Физматкнига, 2007. – 432 с.
3. Курош А.Г. Лекции по общей алгебре: учебник / А.Г. Курош. – 2-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2007. – 560 с.
4. Привалов И.И. Аналитическая геометрия: учебник / И.И. Привалов. – 37-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2008. – 304 с.

**Дополнительная литература**

1. Фаддеев Д.К. Задачи по высшей алгебре: учеб. пособие / Д.К. Фаддеев, И.С. Соминский. – 17-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2008. – 288 с.
2. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре: учеб. пособие / Д.К. Фаддеев. – 3-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2004. – 416 с.
3. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии / О.Н. Цубербиллер. – 33-е изд.,стер. – СПб.: Лань, 2007. – 336 с.

**Собственные учебные пособия**

1. Домрачев В.И. Алгебра и геометрия: учебное пособие / В.И. Домрачев, Т.В. Дубровина, Е.С. Коган, А.О. Потехо. Ч. 1 – Чита: ЧитГУ, 2008. – 121 с.
2. Домрачев В.И. Алгебра и геометрия: учебное пособие / В.И. Домрачев, Т.В. Дубровина, Е.С. Коган, А.О. Потехо. Ч. 2 – Чита: ЧитГУ, 2009. – 135 с.

Ведущий преподаватель:

к. ф.– м. н., доцент, доцент кафедры информатики, вычислительной техники и прикладной математики Коган Евгения Семеновна

Заведующий кафедрой информатики, вычислительной техники и прикладной математики к. т. н., доцент Валова Ольга Валерьевна