МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«Забайкальский государственный университет»

(ФГБОУ ВО «ЗабГУ»)

Факультет энергетический

Кафедра информатики, вычислительной техники и прикладной математики

**УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ**

**для студентов заочной формы обучения**

(*с полным сроком обучения*)

по дисциплине «Дискретная математика»

для направления подготовки 09.03.03 Прикладная математика

Общая трудоемкость дисциплины – 4 зачетных единиц.

Форма текущего контроля в семестре – контрольная работа.

Курсовая работа (курсовой проект) (КР, КП) – нет.

Форма промежуточного контроля в семестре – экзамен.

Чита

2020

**Краткое содержание курса**

1. Теория множеств.

2. Алгебраические системы.

3. Комбинаторика.

4. Теория графов.

**Форма текущего контроля – Контрольная работа №1**

Контрольная работа № 1 состоит из десяти заданий. Номер варианта определяется по последней цифре шифра зачетной книжки. Цифра 0 соответствует варианту 10.

После полного выполнения данной работы проводится защита контрольной работы в устной форме: студент объясняет решение каждого задания и отвечает на теоретические вопросы, связанные с этим заданием.

Контрольная работа выполняется в рукописном виде в тетради. **Оформление письменной работы согласно МИ 4.2-5/47-01-2013 Общие требования к построению и оформлению учебной текстовой документации.**

*Контрольная работа №1*

**Элементы теории множеств**

**ВАРИАНТ 1**

1. Доказать, что

а) А ⊂ В < = > A ∪ B = В

б) А \ (В \ С) = (А \ В) ∪ (А ∩ С)

1. *А* = {1, 2, 3, 4, 5}. Является ли отношение *Р* рефлексивным, симметричным, транзитивным или антисимметричным, если *Р* = { (a,b) ⎢a,b ∈*A*, a - b – четное}/
2. f: A -> B и g: B -> C – отношения. Что является областью определения f g, когда:

а) f и g – функции

б) f – функция, g – отображение.

**ВАРИАНТ 2**

1. Доказать, что

а) А ⊂ В < = > A ∩ B = А

б) (А \ В) \ С = (А \ С) \ (В \ С)

1. f: A -> B и g: B -> C – отношения. Что является областью определения f g, когда:

а) f – отображение, g – функция

б) f и g – отображения

1. *А* = {1, 2, 3, 4, 5}. Является ли отношение *Р* рефлексивным, симметричным, транзитивным или антисимметричным, если *Р* = { (a,b) ⎢a,b ∈*A*, a + b – четное}.

**ВАРИАНТ 3**

1. Доказать, что

а) А ⊂ В < = > A \ B = ∅

б) (А \ В) ∩ С = (А ∩ С) \ В

1. Отношение на Р (множестве всех людей) определяется как Р = { (a,b) ⎢a и b имеют общего предка}.

Какими свойствами обладает это отношение?

1. Доказать, что если функция f инъективна, то существует f -1 .

**ВАРИАНТ 4**

1. Доказать, что

а) А ⊂ В < = > ‾A ∪ B = U

б) (А ∪ В) \ С = (А \ С) ∪ (В \ С)

1. Р – множество всех людей.

R = { (x,y) ⎢x,y ∈ P и x является отцом y}.

S = { (x,y) ⎢x,y ∈ P и x – дочь y}.

Описать явно отношение R2?

1. Если функция f сюръективна, следует ли отсюда, что f -1 отображение?

**ВАРИАНТ 5**

1. Доказать, что

а) А ∪ В = В < = > A ∩ B = А

б) (А ∩ В) \ С = (А \ С) ∩ (В \ С)

1. Р – множество всех людей.

R = { (x,y) ⎢x,y ∈ P и x является отцом y}.

S = { (x,y) ⎢x,y ∈ P и x – дочь y}.

Описать явно отношение S2?

1. *А* = {-10, -9, ..., 0, 1, ...,9, 10}. Какие из указанных отношений на множестве *А* являются функциями? Дать противоречащие примеры в случаях, когда отношение не является функцией.

Если отношение является функцией, то дать характеристику этой функции.

а) Р1 = { (x,y) ⎢x,y ∈A, x = y2}

б) Р2 = { (x,y) ⎢x,y ∈A, x2 = y}

**ВАРИАНТ 6**

1. Доказать, что

а) А ∪ В = В < = > A \ B = ∅

б) Вытекает ли из А \ В = С, что А = В ∪ С?

1. Р – множество всех людей.

R = { (x,y) ⎢x,y ∈ P и x является отцом y}.

S = { (x,y) ⎢x,y ∈ P и x – дочь y}.

Описать явно отношение S•R?

1. *А* = {-10, -9, ..., 0, 1, ...,9, 10}. Какие из указанных отношений на множестве *А* являются функциями? Дать противоречащие примеры в случаях, когда отношение не является функцией.

Если отношение является функцией, то дать характеристику этой функции.

а) Р1 = { (x,y) ⎢x,y ∈A, x = -y}

б) Р2 = { (x,y) ⎢x,y ∈A, x = 6}

**ВАРИАНТ 7**

1. Доказать, что

а) А ∪ В = В < = > ‾A ∪ B = U

б) Вытекает ли из А = В ∪ С, что А \ В = С?

1. Р – множество всех людей.

R = { (x,y) ⎢x,y ∈ P и x является отцом y}.

S = { (x,y) ⎢x,y ∈ P и x – дочь y}.

Описать явно отношение S•R-1?

1. А = {-10, -9, ..., 0, 1, ...,9, 10}. Какие из указанных отношений на множестве *А* являются функциями? Дать противоречащие примеры в случаях, когда отношение не является функцией.

Если отношение является функцией, то дать характеристику этой функции.

а) Р1 = { (x,y) ⎢x,y ∈A, x3 = y}

б) Р2 = { (x,y) ⎢x,y ∈A, x = y3}

**ВАРИАНТ 8**

1. Доказать, что

а) А ∩ В = В < = > В \ А = ∅

б) Верно ли указанное равенство:

А ∪ (В \ С) = (А ∪ В ) \ С?

Если нет, то в какую сторону имеет место включение?

1. Р – множество всех людей.

R = { (x,y) ⎢x,y ∈ P и x является матерью y}.

S = { (x,y) ⎢x,y ∈ P и x – дочь y}.

Описать явно отношение R-1 •S?

1. *А* = {-10, -9, ..., 0, 1, ...,9, 10}. Какие из указанных отношений на множестве *А* являются функциями? Дать противоречащие примеры в случаях, когда отношение не является функцией.

Если отношение является функцией, то дать характеристику этой функции.

а) Р1 = { (x,y) ⎢x,y ∈A, x = ⎢y ⎢}

б) Р2 = { (x,y) ⎢x,y ∈A, x2 = y}

**ВАРИАНТ 9**

1. Доказать, что

а) А \ В = ∅ < = > ‾A ∪ B = U

б) (А ∩ В) \ С = (А \ С) ∩ (В \ С)

1. Р – множество всех людей.

R = { (x,y) ⎢x,y ∈ P и x является отцом y}.

S = { (x,y) ⎢x,y ∈ P и x – дочь y}.

Описать явно отношение R-1 • S-1?

1. f : A -> B и g : B -> C – функции. Доказать, что если f и g инъективны, то f g инъективна.

**ВАРИАНТ 10**

1. Доказать, что

а) А ∩ (В \ А) = ∅

б) (А ∪ В) \ С = (А \ С) ∪ (В \ С)

1. Р – множество всех людей.

R = { (x,y) ⎢x,y ∈ P и x является отцом y}.

S = { (x,y) ⎢x,y ∈ P и x – дочь y}.

Описать явно отношение R • S-1?

1. f : A -> B и g: B -> C – функции. Доказать, что если f и g сюръективны, то f g сюръективна.

**Теория графов**

Условия к заданиям для всех вариантов общие:

1. В графах G1 и G2  пометить вершины и дуги ( в графе G2 ).

а) Построить матрицу смежностей графа G1;

б) Построить матрицу смежностей и инцидентностей мультиграфа G2;

в) Восстановить граф по матрице смежностей АG. Задать G с помощью списка дуг и с помощью структуры смежности.

2. Даны графы G1 и G2 . Построить:

G1 ∩ G2 , G1 ∪ G2 , G1 ⊕ G2 ,G1 ,G2 , G1 × G2 , G1 [G2]. Вершины пометить самим.

3. Построить:

а) граф гомоморфный функции;

б) изоморфный функции;

в) граф, являющийся афтоморфизмом данного.

4. Найти матрицу достижимости, контрдостижимости. Указать все сильные компоненты связности графа.

5. Определить диаметр, радиус и центр графа.

6. а) Пометить вершины. Из неорграфа получить контурный орграф. Расставить веса дуг. Найти кратчайшее расстояние от вершины 1 до всех остальных (вершин).

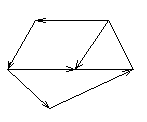
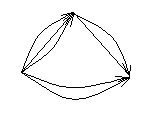
б) Из неорграфа получить бесконтурный орграф. Найти кратчайшее расстояние от вершины 1 до всех остальных во взвешенном бесконтурном орграфе.

в) Найти один из кратчайших маршрутов (любой).

**Вариант 1**

1.

а) б)

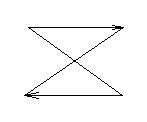
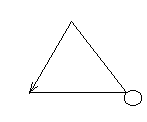
 

G1 G2

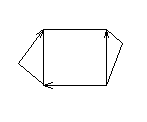
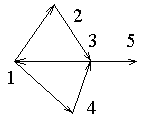
в)



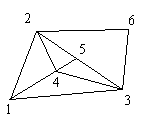
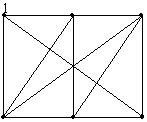
2.

 G1  G2

3. 4.

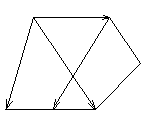
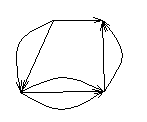
5. 6.

**Вариант 2**

1.

а) б)

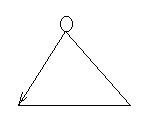
 

G1 G2

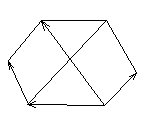
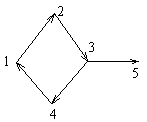
в)



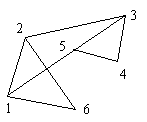
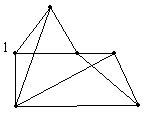
2.

 G1  G2

3. 4.

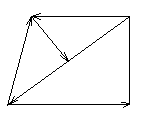
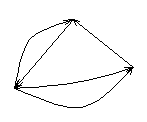
5. 6.

**Вариант 3**

1.

а) б)

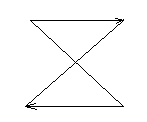
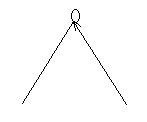
 

G1 G2

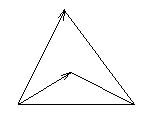
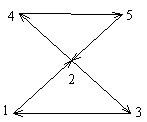
в)



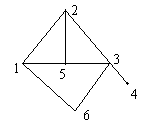
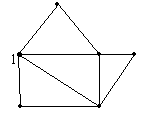
2.

 G1  G2

3. 4.

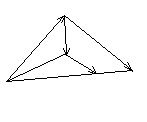
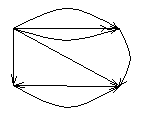
5. 6.

**Вариант 4**

1.

а) б)

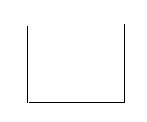
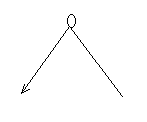
 

G1 G2

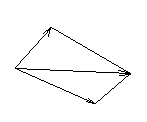
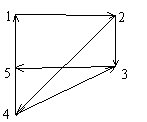
в)



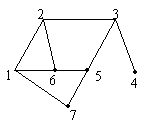
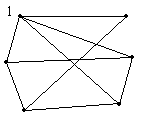
2.

 G1  G2

3. 4.

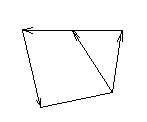
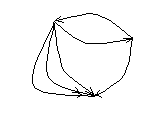
5. 6.

**Вариант 5**

1.

а) б)

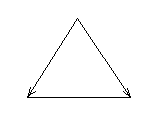
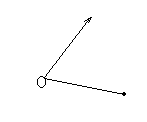
 

G1 G2

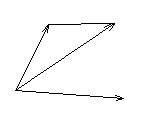
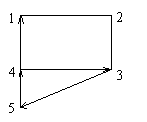
в)



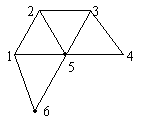
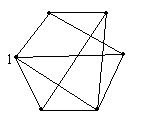
2.

 G1  G2

3. 4.

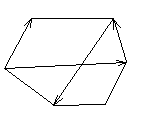
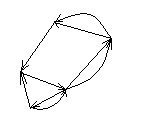
5. 6.

**Вариант 6**

1.

а) б)

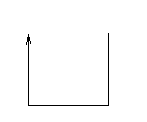
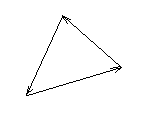
 

G1 G2

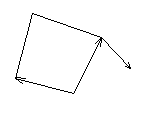
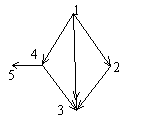
в)



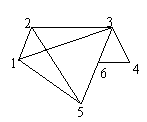
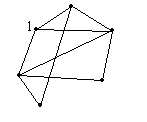
2.

 G1  G2

3. 4.

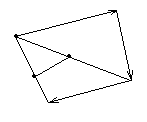
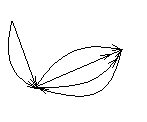
5. 6.

**Вариант 7**

1.

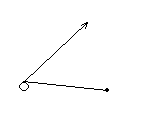
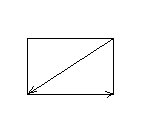
а) б)

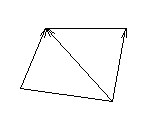
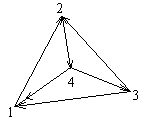
G1 G2

в) 

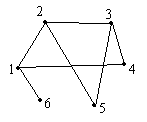
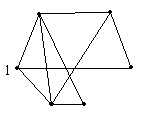
2.

 G1  G2

3. 4.

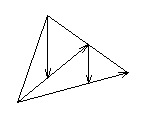
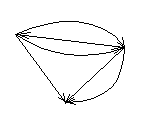
5. 6.

**Вариант 8**

1.

а) б)

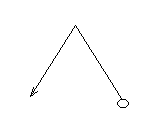
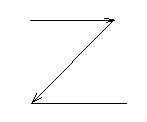
 

G1 G2

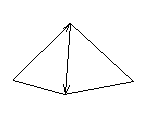
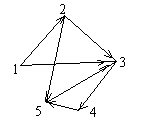
в)



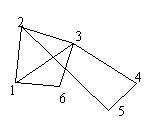
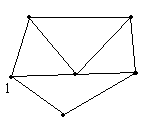
2.

 G1  G2

3. 4.

5. 6.

**Вариант 9**

а) б)

G1 G2

в)

1 0 1 0

0 1 0 0

Ав = 0 0 1 0

1 0 0 0

2.

G1 G2

3.

4.

1 2

3

8 7 6

5 4

5.

2 3

1 4

5

6

6.

1

**Вариант 10**

1. а) б)

G1 G2

в)

0 1 0 0 1

1 0 1 0 1

Ав= 0 0 1 0 0

0 1 0 0 0

1 0 0 1 0

2.

G1 G2

3.

4.

1

2

6

5

3

4

5.

3

2 6 4

1 5

6.

1

**Вопросы к защите Контрольной работы № 1**

1. Понятие множества, подмножества. Виды множеств. Способы задания. Диаграммы Эйлера-Венна.
2. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, симметрическая разность (кольцевая сумма), дополнение множества, декартово произведение, отношение между множествами, формирование булеана множества. Основные законы операций пересечения, объединения и дополнения.
3. Отношения на множествах. Бинарное отношение, его область определения и область значения. Обратное отношение. Образ и прообраз множества *X* относительно отношения *P*. Графическое представление отношений, составные отношения (произведение бинарных отношений).
4. Понятие функции и отображения. Сюрьективные, инъективные, биективные, функции. Обратные функции и отображения.
5. Мощность множества. Конечные и бесконечные множества. Теорема Кантора-Бернштейна. Операции на кардинальных числах.
6. Матрица бинарного отношения и ее свойства. Свойства бинарных отношений: рефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность. Отношения эквивалентности и разбиения. Фактор-множества. Отношения порядка.
7. Виды и способы задания графов. Морфизмы в графах. Матрицы смежности и инцидентности. Пометки в графах. Матрица весов. Подграфы и части графа.
8. Операции над графами: добавление и удаление вершины, добавление и удаление дуги, отождествление вершин, дополнение вершин, дополнение графа, объединение, пересечение, кольцевая сумма, соединение, произведение, композиция графов. N-мерные кубы.
9. Маршруты, пути. Достижимость в графах. Связность. Компоненты связности.
10. Расстояния в графах. Кратчайшие расстояния. Алгоритмы Форда-Беллмана, Дейкстры. Восстановление маршрута по кратчайшему расстоянию.

**Форма промежуточного контроля**

**Экзамен:**

Экзаменационный билет включает в себя четыре задания:

1. два теоретические вопроса;
2. два практических задания.

**Перечень примерных вопросов для подготовки к экзамену**

1. Множества. Основные понятия. Диаграммы Эйлера-Венна.
2. Операции над множествами. Основные тождества.
3. Отношения. Графическое представление бинарных отношений. Понятие функции и отображения. Виды функций. Обратные функции и отображения. Натуральные числа. Принцип математической индукции.
4. Мощность множества. Матрица бинарного отношения. Свойства отношений.
5. Отношение эквивалентности и разбиения. Фактор – множества. Отношение порядка.
6. Алгебраические системы. Основные понятия. Фундаментальные алгебры.
7. Морфизмы в алгебраических системах. Алгебры отношений и реляционные алгебры.
8. Основные комбинаторные конфигурации: перестановки, сочетания, размещения.
9. Разбиения.
10. Виды и способы задания графов.
11. Подграфы и части графа. Операции над графами.
12. Маршруты, достижимость, связность. Расстояния в графах.
13. Расстояния в графах. Алгоритмы Форда-Беллмана, Дейкстры.
14. Степени вершин. Эйлеровы графы. Гамильтоновы графы.
15. Остовы графов. Обходы графа по ширине и глубине.
16. Фундаментальные циклы.
17. Разрезы. Сети. Связь разрезов и циклов.
18. Раскраска графа.

**Критерии формирования оценок экзамена**

Экзамен проводится в устной форме: обсуждается теоретический материал и приводится решение практических заданий с объяснением.

При выставлении оценки учитывается активность студента во время аудиторных занятий, и результаты собеседований по лекционному материалу и материалу практических занятий.

Оценка «отлично» – полный, развернутый ответ на все вопросы билета.

Оценка «хорошо» – полный ответ на любые три вопроса билета.

Оценка «удовлетворительно» – дан ответ на любые два вопроса.

Оценка «неудовлетворительно» – ставится в случае, если студент не выполнил ни одного практического задания или ответил только на один теоретический и один практический вопрос из четырех предложенных.

**Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

**Основная литература**

1. Белоусов А.И. Дискретная математика: учебник / под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – 3-е изд., стер. – М.: МГТУ, 2004. – 744 с.: ил.

2. Гаврилов Г.П. Задачи и упражнения по дискретной математике: учеб. пособие. / Г.П. Гаврилов, А.А. Сапоженко. – 3-е изд., перераб. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 416 с.

3. Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженера: учеб. пособие. / О.П. Кузнецов. – 5-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2007. – 400 с.: ил.

4. Макоха А.Н. Дискретная математика: учеб. пособие. / А.Н. Макоха, П.А. Сахнюк, Н.И. Червяков. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 368 с.

5. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов: учебник. / Ф. А. Новиков. – 3-е изд. – СПб.: Питер, 2009. – 384 с.: ил.

6. Соболева Т.С. Дискретная математика: учебник. / Т.С. Соболева, А.В. Чечкин. / Под ред. А.В. Чечкина. – М.: Академия, 2006. – 256 с.

7. Спирина М.С. Дискретная математика: учебник. / М.С. Спирина, А.А. Спирин. – 4-е изд., испр. – М.: Академия, 2007. – 368 с.

**Дополнительная литература**

8. Иванов Б.Н. Дискретная математика. Алгоритмы и программы. Полный курс. / Б.Н. Иванов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 408 с.

9. Хаггарти Р. Дискретная математика для программистов: учеб. пособие. / Под ред. С.А. Кулешова. – 2-е изд., доп. – М.: Техносфера, 2005. – 400 с.

10. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику: учебное пособие. / под ред. В.А. Садовничего. – 3-е изд., стереотип. – М.: Высш. школа, 2002. – 384 с.

**Базы данных, информационно-справочные и**

**поисковые системы**

1. http://window.edu.ru/Единый образовательный портал.
2. http://library.zabgu.ru/Библиотека ЗабГУ.

Ведущий преподаватель:

к. ф. – м. н., доцент, доцент кафедры информатики, вычислительной техники и прикладной математики Коган Евгения Семеновна

Заведующий кафедрой информатики, вычислительной техники и прикладной математики к. т. н., доцент Валова Ольга Валерьевна